



Escola de Camins
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

TESIS DE MÁSTER

Titulo

**Estudio de la inestabilidad frente a carga
concentrada de vigas curvas armadas de acero**

Autor

Angel Alberto Rodriguez Torres

Tutor

Enrique Mirambell Arrizabalaga

Departamento

Ingeniería de la Construcción

Intensificación:

Tecnología de Estructuras

Fecha

25 de febrero de 2016

Stability of horizontally curved plate girders subjected to patch loading

Summary

Currently steel bridges are being built with horizontal curvature. In low-speed roads may have little curvature radius, where it acquires a significant effect on the design and construction of the bridge. At present, there are various processes of building such bridges, one of them is the launch by successive thrusts, generating great advantages from the economic point of view as logistical; but this process leads to increased stresses in the structure that can overcome the usual loads of the bridge already built. During the process of launching bridges all cross sections passing through the piers. It is subjected to the strong concentrated vertically load. There is now a formulation defined by EN 1993-1-5, for predicting the ultimate strength of straight beams subject to such load and does not specify whether these formulations are applicable to horizontal curvature beams. In this research are show the resistance of plate girders with different radio of curvature in plan (R). The research methodology was comparative, based on a parametric analysis. The numerical simulations were performed with a model composed of finite element type shell previously validated using the commercial software Ansys. Studying the influence of the radius of curvature (R) and the distance between stiffeners (a) in the ultimate resistance (F_u) and critical (F_{cr}) for different web slenderness (h_w/t_w). The results were studied by graphs comparing the loads based on the variables a/R , a/h_w and h_w/t_w with respect to EN 1993-1-5 and proposed to which range of these variables is valid the current regulations.

Estudio de la inestabilidad frente a carga concentrada de vigas curvas armadas de acero

Resumen

Actualmente se construyen puentes metálicos con curvatura horizontal. En carreteras de baja velocidad pueden tener poco radio de curvatura, donde adquiere un efecto significativo en el diseño y construcción del puente. En el presente existen diversos procesos de construcción de este tipo de puentes, uno de ellos es el lanzamiento por empujes sucesivos, lo que genera grandes ventajas desde el punto de vista económico como logístico; pero dicho proceso conlleva un incremento de solicitaciones en la estructura que pueden superar a las cargas habituales del puente ya construido. Durante el proceso de lanzamiento todas las secciones transversales tanto rigidizadas como no rigidizada pasan por la pila del puente, por lo que se ve sometida a una carga concentrada de gran magnitud y en dirección vertical. En la actualidad existe una formulación definida por la norma EN 1993-1-5, para predecir la resistencia de vigas rectas sujetas bajo este tipo de solicitaciones y no especifica si estas fórmulas son aplicables a vigas con curvatura horizontal. En esta investigación se presenta la resistencia de vigas metálicas armadas homogénea con diferentes radios de curvatura en planta (R). La metodología de la investigación fue comparativo, que se basó en un análisis paramétrico, con las simulaciones numéricas realizadas a un modelo en elementos finitos tipo Shell previamente convalidado, utilizando el programa comercial Ansys. Se analizó la influencia del radio de curvatura (R) y la distancia entre rigidizadores (a), en la resistencia última (F_u) y crítica (F_{cr}) para diferentes relaciones de altura y espesor de alma de la viga (h_w/t_w). Se estudió los resultados mediante gráficas, comparando las cargas en función de las variables a/R , a/h_w y h_w/t_w con respecto la norma EN 1993-1-5 y se propuso para que rango de estas variables es válida la normativa actual en forma segura.

Agradecimiento

A Dios, por dame la vida, la salud y por permitirme conocer y adquirir los conocimientos necesarios para lograr esta meta.

A mi familia, por darme el estímulo necesario para seguir adelante, apoyarme y ayudarme para lograr mis objetivos.

A mi hermano Ezequiel, quien fue mi compañero de clase y siempre ha estado a mi lado para darme su apoyo durante toda la maestría.

A mi Tutor, el profesor Enrique Mirambell, por su colaboración y enseñanza para lograr la culminación de este trabajo.

A todas aquellas personas, que de una u otra forma me dieron su apoyo y contribuyeron en la realización de este trabajo.

A todos. Mil gracias

Tabla de contenido

1	Introducción	2
1.1	Planteamiento del problema.....	2
1.2	Objetivos	2
1.3	Contenido del documento.....	3
2	Estado del conocimiento	4
2.1	Resistencia de vigas armadas a carga concentrada de compresión	4
2.2	Formulación incluida actualmente en EN 1993-1-5 (FRD)	5
2.3	Inconvenientes del modelo resistente a carga concentrada de la actual EN 1993-1-5	6
2.4	Trabajos de investigación previos sobre resistencia a carga concentrada (Patch Loading)	9
2.5	Resumen de las nuevas propuestas	12
2.6	Mejoras y modificaciones finales de propuestas	13
3	Modelo numérico	15
3.1	Descripción y verificación del modelo.....	16
3.1.1	Tipo de elemento finito aplicado	16
3.1.2	Geometría y condiciones de contorno del modelo numérico utilizado.....	18
3.1.3	Propiedades de los materiales	22
3.1.4	Imperfecciones.....	24
3.1.5	Tipo de Análisis.....	31
3.1.6	Análisis de tamaño de malla.....	34
3.1.7	Verificación del modelo.....	36
4	Estudio paramétrico.....	41
4.1	Definición de parámetros de estudio.....	41
4.2	Análisis de resultados numéricos.....	43
4.2.1	Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=83,33$ (robustas).....	46
4.2.2	Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=166,67$ (esbeltas).....	53
4.2.3	Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=250$ (muy esbeltas).....	60
4.3	Resultados numéricos vs. EN-1993-1-5.....	67
5	Conclusiones y perspectivas futuras	70
5.1	Resumen del trabajo de investigación	70
5.2	Conclusiones.....	70
5.3	Futuras líneas de investigación	71
6	Bibliografía	72
7	Anejos	75
7.1	Resultados de las modelaciones numéricas.....	75

1 Introducción

1.1 Planteamiento del problema

El uso de vigas armadas de acero con curvatura horizontal es cada vez más común en la ingeniería civil. Uno de los usos más frecuentes es en la construcción de puentes. En el presente existen diversos procesos de construcción de este tipo de estructuras, uno de ellos es el lanzamiento por empujes sucesivos, que genera grandes ventajas desde el punto de vista económico como logístico; pero dicho proceso conlleva un incremento de solicitaciones en la estructura que pueden superar las cargas habituales del puente ya construido. Durante el proceso de lanzamiento todas las secciones transversales, tanto rigidizadas como no rigidizada pasan por la pila del puente, por lo que se ve sometida a una carga concentrada de gran magnitud y en dirección vertical.

Por tal razón es de gran interés comprender el comportamiento y desarrollar guías de diseño para este tipo de estructuras frente a carga concentrada. Vigentemente existe una formulación definida por la norma EN 1993-1-5, para predecir la resistencia última de vigas rectas frente a estas solicitaciones y no especifica su aplicabilidad para vigas con curvatura horizontal.

Tal y como se ha comentado anteriormente, en el presente trabajo se pretende determinar bajo qué parámetros geométricos es aplicable la normativa actual en vigas con curvatura horizontal.

1.2 Objetivos

- **Objetivo general**

- Estudiar la inestabilidad frente a carga concentrada de vigas armadas de acero con curvatura horizontal y evaluar la aplicabilidad de la normativa EN1993-1-5 para este tipo de geometría.

- **Objetivos específicos**

- Revisar documentaciones de investigaciones previas, tanto numéricas, analíticas y experimentales relacionadas con el fenómeno de inestabilidad de vigas armadas con curvatura horizontal sometidas a carga concentrada.

- Desarrollar un modelo numérico conformado por elementos tipo Shell, con geometría y condiciones de carga variables. El modelo debe reproducir las imperfecciones geométricas y considerar la no linealidad geométrica y del material. Todos estos modelos se construirán utilizando el programa de elementos finitos Ansys v16 (Ansys 2015).

- Convalidar el modelo numérico a utilizar en la investigación.
- Desarrollar un programa de estudio paramétrico, que considere todas las variables involucradas en el fenómeno de inestabilidad a carga concentrada y el radio de curvatura horizontal.
- Analizar el comportamiento estructural de las diferentes vigas simuladas numéricamente.
- Comparar los resultados de las simulaciones numéricas con los valores predichos aplicando la normativa EN-1993-1-5 para vigas rectas.

1.3 Contenido del documento

El presente documento se divide en cinco capítulos.

Capítulo 2 (Estado del conocimiento), mediante la recopilación bibliográfica se recoge una breve introducción de los esfuerzos presentes en una viga armada metálica con curvatura horizontal sometida a carga vertical, resumen de investigaciones previas, formulaciones actuales para determinar la resistencia a carga concentrada con sus inconvenientes y nuevas propuestas.

Posteriormente en el **capítulo 3** (Modelo numérico), se define el tipo de elemento finito a utilizar, geometría y condiciones de borde del modelo, propiedades de los materiales, imperfecciones, tipo de análisis, tamaño de malla y por último la verificación del modelo.

Definido el modelo numérico en el **capítulo 4** (Estudio paramétrico), se desarrolla un programa de estudio paramétrico, que considera todas las variables involucradas en el fenómeno de inestabilidad a carga concentrada en función de la curvatura horizontal de la viga. Se analiza los resultados de las simulaciones numéricas y se compara con los valores predichos en la normativa actual para vigas rectas.

Finalmente el **capítulo 5** (Conclusiones y perspectivas futuras), se resume todo el trabajo realizado en la presente tesis de maestría y se presentan las principales conclusiones que se llegaron después de analizar todos los resultados. Y por último se proponen las futuras líneas investigación.

2 Estado del conocimiento

2.1 Resistencia de vigas armadas a carga concentrada de compresión

En el caso particular de vigas armadas de acero sometidas a cargas concentradas (patch loading) se han definido un conjunto de formulaciones en función de unos parámetros que se describen a continuación:

- Resistencia plástica (F_y), definido como el límite superior de resistencia, determinado por un análisis límite de primer orden.
- Carga crítica (F_{cr}) de un panel a compresión. F_{cr} se determina teóricamente de las formulaciones clásicas de estabilidad en paneles (ecuación 2.1). En esta ecuación, el coeficiente de abolladura k_F depende de las condiciones de contorno y carga.

$$F_{cr} = k_F \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w^3}{h_w} \right) \quad (2.1)$$

- La función χ . Esta función se determina con una base de datos experimentales para cada caso de estudio en particular. Una forma de graficar este tipo de funciones es a través de puntos de la forma descrita en la ecuación 2.2, en estas formulaciones F_{exp} representa el valor experimental, F_y y F_{cr} las cargas plásticas y críticas respectivamente. Esta nube de puntos se simplifica con una función de la forma indicada en la ecuación 2.3, calculada por un análisis de regresión.

$$\left(\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}}; \chi = \frac{F_{exp}}{F_y} \right) \quad (2.2)$$

$$\chi = a + \frac{b}{\bar{\lambda}} \quad (2.3)$$

Esta función generalmente acepta paneles robustos (stocky panel), para el caso de carga concentrada se propone una falla por plastificación ($\chi \rightarrow 1$) y para paneles esbeltos (slender panel) propone una falla por estabilidad ($\chi \rightarrow 0$). Este tipo de fallas se muestra en la figura 2.1.

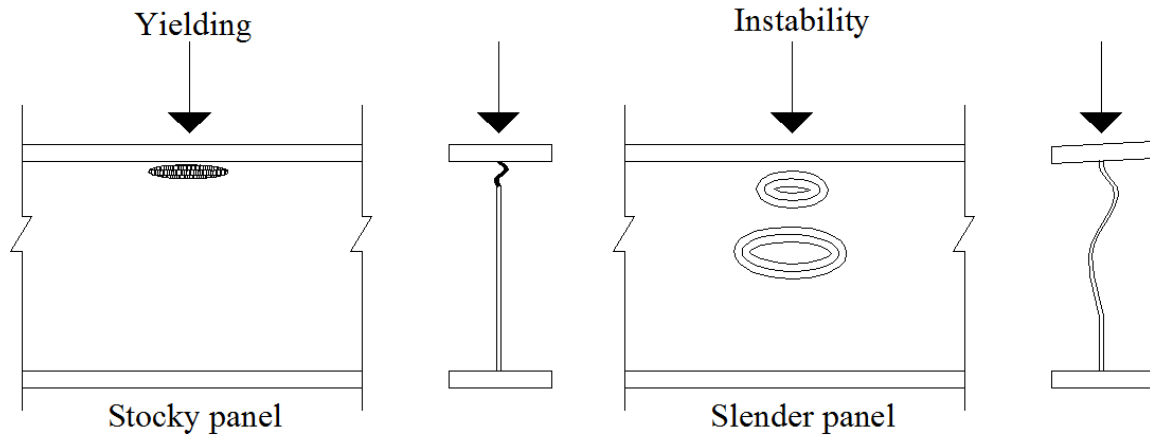


Figura 2.1: Modos de falla de vigas armadas frente a cargas concentradas (Patch loading). Chacón (2009)

Estudiar la estabilidad de un panel frente a carga concentrada de compresión (patch loading), es uno de los objetivos de esta investigación. Este tipo de situaciones de carga pueden llegar a ser importante en el lanzamiento de puentes como sistema constructivo, donde el puente pasa por la pila, generando una reacción vertical importante por las distintas secciones transversales a lo largo del puente, atravesando zonas donde no existe rigidizador transversal.

En la actualidad no se han realizado estudios de este fenómeno para vigas con curvatura horizontal. Para poder estudiar este fenómeno en geometrías con curvatura, debemos conocer primeramente las formulaciones existentes para vigas rectas y sus inconvenientes o limitaciones. En la sección siguientes se presenta un resumen de la formulación vigente incluida en la normativa EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5, 2006), inconvenientes, estudios recientes para solventarlos y una nueva propuesta.

2.2 Formulación incluida actualmente en EN 1993-1-5 (FRD)

La normativa actual está enfocada a través de una resistencia plástica parcial del alma F_y (ecuación (2.4), que se ve reducida por un factor χ_F asociado a la abolladura local del alma. La resistencia plástica incluye un factor l_y que define el ancho efectivo de resistencia por plastificación del alma debido a la carga concentrada, esta longitud puede determinarse con la geometría de la viga y el ancho de aplicación de carga S_s , como se muestra en las ecuaciones (2.5) y (2.6).

$$F_{Rd} = \frac{\chi_F F_y}{\gamma_{M1}} = \frac{\chi_F f_{yw} l_y t_w}{\gamma_{M1}} \leq \frac{\chi_F f_{yw} a t_w}{\gamma_{M1}} \quad (2.4)$$

$$l_y = S_s + 2t_f(1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \leq a \quad (2.5)$$

Donde:

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w} \quad ; \quad m_2 = 0.02 \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2 \quad \text{Si } \bar{\lambda}_F > 0.5 \quad \text{de lo contrario } m_2 = 0 \quad (2.6)$$

La carga crítica F_{cr} puede determinarse con la ecuación (2.7), que está en función del coeficiente de pandeo k_F y este depende de la forma en que se aplica la carga, y si el alma está rigidizada longitudinal o transversalmente. Para esta investigación trabajaremos sin rigidizadores y la carga aplicada centrada entre los dos rigidizadores transversales, actuando en una sola ala, lo cual nos corresponde lo descrito en la ecuación (2.8).

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.7)$$

$$k_F = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (2.8)$$

Como en todas las formulaciones del eurocodigo, la resistencia plástica está afectada por un factor de reducción χ_F (ecuación 2.9), que depende de la ecuación que relaciona la carga plástica y la crítica, llamada esbeltez adimensional $\bar{\lambda}_F$, ecuación (2.10). Cuando la esbeltez es menor a 0,5 se alcanza la carga plástica y cuando es mayor a 0,5 se ve afectada por la abolladura de la chapa.

$$\chi_F = \frac{0.5}{\bar{\lambda}_F} \leq 1.0 \quad (2.9)$$

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{f_{yw} l_y t_w}{F_{cr}}} \quad (2.10)$$

2.3 Inconvenientes del modelo resistente a carga concentrada de la actual EN 1993-1-5

Una gran cantidad de campañas experimentales y simulaciones numéricas, mostraron que la resistencia a carga concentrada (Patch loading) para vigas con rigidizadores longitudinales y la calculada teóricamente con la normativa, entran en contradicción para $b_1/h_w < 0,30$ como se muestra en la figura 2.2.

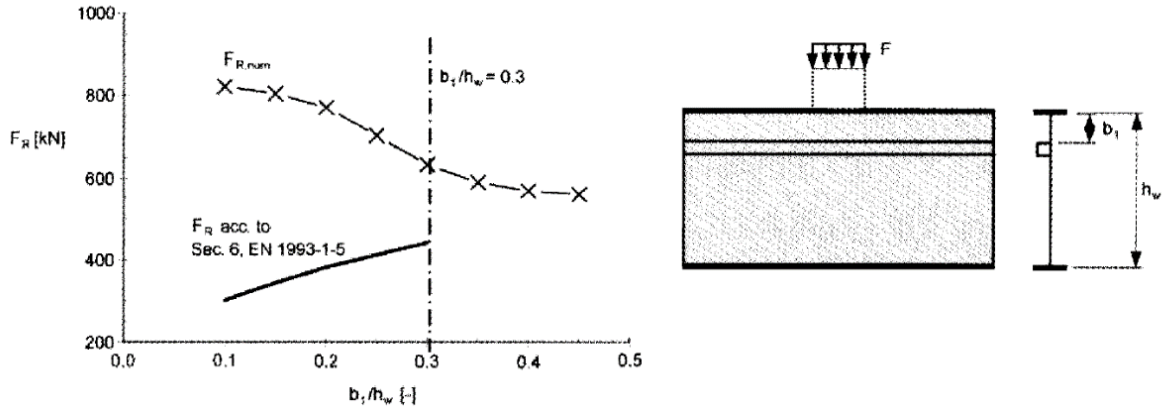


Figura 2.2: Comparación de la resistencia última a carga concentrada (F_{RD}) entre las simulación numérica y aplicación de la norma (con rigidizador longitudinal ubicada a b_1 del ala superior). Beg (2010)

Las investigaciones demostraron, si el rigidizador longitudinal se coloca más lejos del ala cargada, la altura del sub panel cargado indirectamente disminuye la carga crítica F_{cr} y de acuerdo al Capítulo 6, EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006) aumenta y por consiguiente aumenta la resistencia última F_{Rd} (ecuaciones 2.11 y 2.12), entra en contradicción con el hecho de que el alma menos rígida ante esta posición de la carga concentrada, y por lo tanto la resistencia de carga debe disminuir después de una posición de refuerzo especificado.

En resumen:

Análisis Numérico: Si $\uparrow b_1 \downarrow F_{cr} \uparrow \bar{\lambda}_F \downarrow \chi_F \rightarrow \downarrow F_{Rd}$

EN 1993-1-5-Capitulo 6: Si $\uparrow b_1 \uparrow F_{cr} \downarrow \bar{\lambda}_F \uparrow \chi_F \rightarrow \uparrow F_{Rd}$

$$k_F = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 + \left[5.44 \frac{b_1}{a} - 0.21 \right] \sqrt{\gamma_s} \quad (2.11)$$

Válida para $0.05 \leq \frac{b_1}{a} \leq 0.3$ y $\frac{b_1}{h_w} \leq 0.3$ tipo de carga (a)

$$\gamma_s = 10.9 \frac{I_{sl1}}{h_w t_w^3} \leq 13 \left(\frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \left(0.3 - \frac{b_1}{a} \right) \quad (2.12)$$

Adicionalmente, diferentes estudios previos concluyeron que la determinación de la longitud efectiva de carga (l_y) en el modelo de resistencia a carga concentrada requiere modificaciones importantes para alcanzar valores más precisos en la resistencia de cálculo.

Se señaló que se deben hacer estos cambios para vigas homogéneas e híbridas (Chacón 2012). Principalmente en el proyecto de investigación COMBRI (COMBRI 2006) se han estudiado varios aspectos relativos a la mejora del modelo de resistencia bajo carga concentrada (Patch loading) y se han desarrollado diferentes propuestas.

Otro de los inconvenientes presentes en la normativa EN 1993-1-5, los cita textualmente la Instrucción de acero estructural EAE “El modelo sobre el que se ha obtenido la formulación se basa en el estudio de un único panel con rigidizadores extremos. Dicho modelo presenta la limitación de que la longitud efectiva l_y no puede ser mayor que la propia distancia entre rigidizadores. Cuando ello ocurre, ya la resistencia última del elemento estructural en cuestión viene gobernada por su resistencia a carga concentrada, el modelo no es aplicable y por lo tanto la formulación recogida en este apartado no puede ser utilizado, puesto que arroja resultados claramente conservadores”.

Por lo antes dicho, cuando $l_y \geq a$ el modelo no reproduce adecuadamente el mecanismo de falla con que se formuló y existe un gran aporte a la resistencia de los rigidizadores transversales existentes. Un estudio numérico realizado por Chacón 2012, muestra en la figura 2.3 (a), los casos en donde se presenta este fenómeno, los rigidizadores se encuentran estrechamente espaciado y en la figura 2.3 (b) se compara la carga ultima numérica F_2 y la aplicación de la norma F_{Rd} , donde el modelo numérico puede alcanzar valor cuatro veces más a lo predicho en la norma.

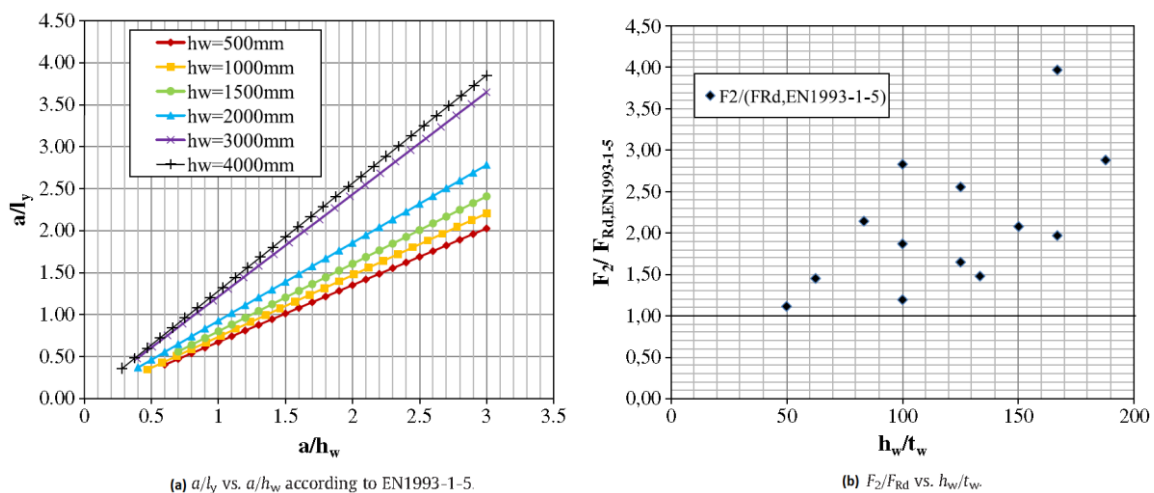


Figura 2.3: Estudio numérico de vigas armadas con rigidizadores transversales, frente a carga concentrada. Chacón, Mirambell, Real (2012)

2.4 Trabajos de investigación previos sobre resistencia a carga concentrada (Patch Loading)

- **Davaine (2005):**

La formulación del EN 1993-1-5, (EN 1993-1-5 2006) utiliza la carga crítica elástica de todo el panel del alma de la viga, que después es modificada por una longitud efectiva de rigidez, el factor k_F . Davaine propone introducir otro valor de carga crítica $F_{cr,2}$, que se calcula con la fórmula (2.13).

$$F_{cr,2} = \left[0.8 \frac{S_s + 2t_f}{a} + 0.6 \right] \left(\frac{a}{b_1} \right)^{0.6 \frac{S_s + 2t_f}{a} + 0.5} \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.13)$$

La carga crítica elástica final de todo el panel puede ser determinada con la ecuación (2.14), utilizando ambas cargas críticas. La carga crítica origina del eurocodigo $F_{cr,1}$ y la propuesta por Davaine $F_{cr,2}$ (Davaine 2006).

$$\frac{1}{F_{cr}} = \frac{1}{F_{cr,1}} + \frac{1}{F_{cr,2}} \quad (2.14)$$

Como consecuencia de la modificación de la carga crítica elástica se llevó a cabo una nueva calibración del factor de reducción que relaciona la resistencia y la esbeltez. Se utiliza lo sugerido en el anexo B, EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006), como una base para la calibración de la función de resistencia. Los parámetros α_o y $\bar{\lambda}_o$ fueron calibrados usando los datos experimentales para vigas armadas con rigidizadores longitudinales y una base de datos numéricos, que está especialmente dedicada a vigas armada de puentes. Los parámetros fueron calibrados a $\alpha_o = 0,21$ y $\bar{\lambda}_o = 0,80$.

Se señala que el estudio realizado por la tesis doctoral de Davaine (Davaine 2005) se limitó a vigas armadas con chapas de acero con solo un rigidizador longitudinal plano (cuya rigidez y su posición se variaron sistemáticamente dentro del estudio).

- **Gozzi (2007):**

La ecuación de la carga plástica F_y en EN1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006) se basa en un mecanismo de colapso con cuatro rotulas plástica en el ala cargada, que está parcialmente soportada por el alma. Incluye un parámetro m_2 que proviene de una sección en T asumiendo en el exterior una rotula plástica en el ala. Sin embargo, la relevancia de este parámetro y el efecto de la longitud de

carga han sido cuestionados y ha llevado a investigaciones en análisis no lineal por elementos finitos. Varias simulaciones se realizaron a vigas armadas restringiendo el alma a deformaciones fuera del plano. La longitud efectiva de carga l_y de los análisis numéricos se integró sobre la parte del alma que está en compresión y luego se comparó con el l_y de la norma EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006). Todas las simulaciones mostraron que la consideración de m_2 sobrestima l_y pero sin m_2 tenían buenos resultados. Por lo tanto sugiere eliminar el parámetro m_2 del método de diseño, lo que dio una nueva expresión para la resistencia plástica de acuerdo a la ecuación. (2.15).

$$F_y = f_{yw} t_w \left[S_s + 2t_f \left(1 + \sqrt{\frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w}} \right) \right] \leq f_{yw} t_w a \quad (2.15)$$

De la misma forma que en la propuesta de Davaine (Davaine 2005) una nueva calibración del factor de reducción se necesitaba como consecuencia de la modificación de la carga plástica (F_y). Se utilizó el formato general que sigue el Anexo B, EN1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006), como base de la función de resistencia. La esbeltez $\bar{\lambda}_F$ se ha determinado tanto con un cálculo manual como con un software avanzado. Luego los parámetros α_o y $\bar{\lambda}_o$ fueron calibrados para ajustarse a los resultados de las pruebas de la mejor manera posible. Un total de 190 pruebas con una influencia del momento flector despreciable ($ME / MR \leq 0,4$) se utilizaron para la calibración y el mejor ajuste se encontró que cuando α_o y $\bar{\lambda}_o$ está ajustado a 0,5 y 0,6 respectivamente. El factor de reducción se determinó utilizando estos factores y se recomienda un límite superior de 1,2 en lugar de 1,0. Toda la investigación de la Gozzi se realizó con vigas armadas sin rigidizador longitudinal.

- **Clarín (2007):**

Cuando determinamos la carga crítica elástica F_{cr} de acuerdo con la actual normativa EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006), sólo se considera el pandeo del web. En contraste con esto los ensayos mostraron normalmente el pandeo del sub panel cargado directamente en las pruebas. Como se mostró, Davaine (Davaine 2005) presentó un coeficiente de pandeo para el sub panel cargado directamente introducido en la ecuación (2.13). El enfoque de Clarín (Clarín 2007) es utilizar el valor mínimo del coeficiente de pandeo sobre la base de las ecuaciones (2.7) y (2.13) de acuerdo con la ecuación (2.16).

$$F_{cr} = \min(F_{cr,1}, F_{cr,2}) \quad (2.16)$$

Para la nueva carga crítica elástica F_{cr} , la curva de reducción desarrollada para vigas sin refuerzos longitudinales según Gozzi (Gozzi 2007) se adopta. El modelo de diseño propuesto fue

estadísticamente evaluado con experimentos y simulaciones llevadas a cabo por Davaine (Davaine 2005).

- **Chacón (2009):**

Chacón llevo a cabo su tesis doctoral (Chacón 2009) en la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC). Realizo un estudio numérico paramétrico sobre unas 500 vigas armadas de acero híbridas y homogénea sometidas a carga concentrada (Patch loading). La investigación se basó en vigas con proporciones geométricamente realistas, con rigidizadores transversales en gran medida espaciados (esta condición se cumple si la longitud efectiva de carga (l_y) no es mayor que la distancia entre rigidizadores transversales (a)). Los datos adicionales relativos a las vigas con rigidizadores transversales muy próximos entre sí lo presento también, dando lugar a otras conclusiones fuera del alcance de su investigación. En el estudio, se varió los parámetros más relevantes que afectaban la resistencia de las vigas bajo cargas concentradas (patch loading), se hizo especial hincapié en la influencia de la relación f_{yf}/f_{yw} .

De los resultados obtenidos por Chacón (Chacón 2009) sugiere que la resistencia bajo carga concentrada no debe depender del parámetro f_{yf}/f_{yw} , ya que la resistencia plástica del ala no desempeña un papel importante en el desarrollo del mecanismo de colapso. Este hecho podría parecer contradictorio con la teoría del modelo de cuatro rotulas plásticas dentro el ala cargada. Como el modelo mostró una facilidad y confiabilidad consistente y adecuada, decidió que en vez de remodelar toda la formulación, la modificación fue dirigida a la fórmula existente que predice la longitud efectiva de carga l_y .

En aras de realizar una corrección de lo antes mencionado se propuso realizar una modificación a la formulación de diseño EN 1993-1-5 actual. Se propone que el coeficiente m_1 debe ser remplazado por m_1^* (ecuación 2.17). La propuesta presenta una limitación para evitar en las alas un colapso inesperado por flexión transversal. Esta limitación está de acuerdo con EN 1993-1-5 (EN 1993-1-5 2006), que establece que la formulación de resistencia a carga concentrada (patch loading) es válida, si se evita en el ala cargada la rotación alrededor del eje longitudinal.

$$l_y = S_s + 2t_f \left[1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w} + 0.02 \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2} \right] \text{ para } \frac{h_w/t_w}{b_f/t_f} \geq 12.5 \quad (2.17)$$

La propuesta ha sido probada tanto estructural como estadísticamente. Los resultados conducen a una mejora satisfactoria de la formulación. Los resultados obtenidos con el actualizado coeficiente

de m_1^* son adecuados y da resistencias en el lado de la seguridad. Tiene que ser mencionado que la aplicabilidad de esta propuesta se ha probado y validado para vigas sin refuerzos longitudinales.

2.5 Resumen de las nuevas propuestas

En base a los estudios de doctorado que se presentan en la sección 2.1.3 se plantean dos propuestas independientes para modificar el modelo de resistencia a carga concentrada (patch loading) desarrollados por separado. La primera propuesta es la eliminación de m_2 según la ecuación (2.18) (propuesta original: Francia y Suecia; Davaine 2005; Clarín 2007).

$$l_y = S_s + 2t_f \left[1 + \sqrt{\frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w}} \right] \quad (2.18)$$

La segunda modificación es sustituir el factor m_1 por m_1^* , de acuerdo con la ecuación (2.19) (Propuesta original: España; Chacón 2009).

$$l_y = S_s + 2t_f \left[1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w} + 0.02 \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2} \right] \text{ para } \frac{h_w/t_w}{b_f/t_f} \geq 12.5 \quad (2.19)$$

Después de un debate y votación dentro del núcleo de la TWG 8.3 (ECCS Technical Working Group TWG 8.3 (Plate Buckling)), se ha decidido fusionar ambas propuestas en una sola fórmula de acuerdo con la ecuación (2.20).

$$l_y = S_s + 2t_f \left[1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \right] \quad (2.20)$$

Esta última propuesta se basa en supuestos idénticos de las formulaciones anteriores. Se determinó una re-calibración de la función de resistencia $\chi\lambda$ que se representa en el documento. Esta re-calibración se despliega asumiendo valores objetivo del coeficiente parcial de seguridad, que son consistentes con los valores actualmente incluidos dentro del núcleo del Eurocódigo de la resistencia, y la estabilidad de las estructuras de acero. La historia del desarrollo del modelo de resistencia a carga concentrada (Patch loading) se puede ver en la Figura 2.4.

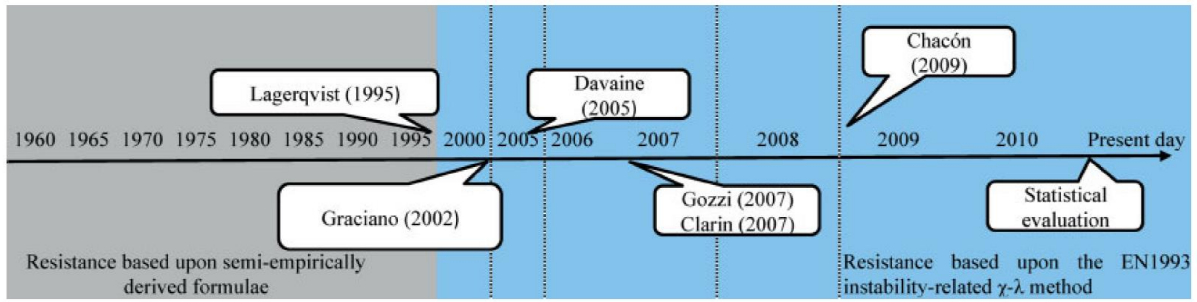


Figura 2.4: Cronología de los Estudio recientes para resistencia a fuerza concentrada. Chacón (2010)

2.6 Mejoras y modificaciones finales de propuestas

- (Chacón, Braun, Kuhlmann, Mirambell; 2012)

El objetivo de todas las investigaciones anteriores era lograr un modelo de resistencia a carga concentrada más fiable y sencilla que lo propuesto en la actualidad en 1993-1-5. Esta última mejora podría ser implementada en la próxima versión de la norma que se expresa de la siguiente forma:

$$F_{Rd} = \frac{\chi_F F_y}{\gamma_{M1}} = \frac{\chi_F f_{yw} l_y t_w}{\gamma_{M1}} \leq \frac{\chi_F f_{yw} a t_w}{\gamma_{M1}} \quad (2.21)$$

$$l_y = S_s + 2t_f \left[1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \right] \quad (2.22)$$

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.23)$$

$$k_F = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (2.24)$$

$$k_F = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 + \left[5.44 \frac{b_1}{a} - 0.21 \right] \sqrt{\gamma_s} \quad (2.25)$$

Válida para $0.05 \leq \frac{b_1}{a} \leq 0.3$ y $\frac{b_1}{h_w} \leq 0.3$ tipo de carga (a)

$$\gamma_s = 10.9 \frac{I_{sl1}}{h_w t_w^3} \leq 13 \left(\frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \left(0.3 - \frac{b_1}{a} \right) \quad (2.26)$$

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{f_{yw} l_y t_w}{F_{cr}}} \quad (2.27)$$

Es claro que cualquier cambio importante de un método de diseño requiere la re-calibración de la función de resistencia. Con el objetivo de la calibración de la funciones de resistencia con la recientemente propuesta de resistencia plástica F_y , dos tesis se han realizado recientemente en la Universidad de Stuttgart y en la Universidad Politécnica de Cataluña, los resultados experimentales de estas tesis se han añadido a las bases de datos experimentales anteriores con el objetivo de obtener la calibración más precisa de la función de resistencia.

El TWG 8.3 sugirió que cualquier modificación de la curva de resistencia debe basarse en la propuesta presentada por Müller, que toma la forma de la ecuación incluida en la norma EN 1993-1-5 Anexo B (EN 1993-1-5 2006), esta ecuación sigue la forma:

$$\chi_F = \frac{1}{\phi_F + \sqrt{\phi_F^2 - \bar{\lambda}_F}} \leq 1 \quad (2.28)$$

$$\phi_F = \frac{1}{2} (1 + \alpha_{FO} (\bar{\lambda}_F - \bar{\lambda}_{FO}) + \bar{\lambda}_F) \quad (2.29)$$

Donde α_{FO} y $\bar{\lambda}_{FO}$ son magnitudes que pueden ser calibrados en aras de lograr el nivel deseado de seguridad. α_{FO} es un factor de imperfección y $\bar{\lambda}_{FO}$ es la longitud de la meseta de la función de resistencia.

En aras de la obtención de los valores de estas magnitudes, se realizó un estudio sistemático para establecer la sensibilidad del nivel de seguridad de la formulación sobre la base de datos.

Se ha decidido dentro del TWG8.3, proporcionar dos diferentes combinaciones del factor de imperfección α_{FO} y la longitud de meseta $\bar{\lambda}_{FO}$. El objetivo de estas combinaciones es obtener valores alternativos de $\gamma_{M1} = 1,0$ o $\gamma_{M1} = 1,1$. Como consecuencia, una vez que se tomó la decisión en cuanto será el factor parcial de seguridad a utilizar, se pudo seleccionar los valores adecuados de α_{FO} y $\bar{\lambda}_{FO}$ de la tabla 2.1.

$\gamma_{M1} = 1,0$		$\gamma_{M1} = 1,1$	
$\bar{\lambda}_{FO}$	α_{FO}	$\bar{\lambda}_{FO}$	α_{FO}
0,5	1,0	0,5	0,75

Tabla 2.1: Valores de factor de imperfección y longitud de meseta a utilizar en función del nivel de seguridad deseado (Chacón 2012)

3 Modelo numérico

Para analizar el comportamiento de vigas armadas de acero con curvatura horizontal sometidas a carga concentrada (patch loading) y determinar su capacidad última resistente se realizarán simulaciones mediante un modelo numérico. El modelo numérico a aplicar será desarrollado utilizando el programa de elemento finito Ansys v16.0 (Ansys 2015).

Para el análisis mediante la modelación por el Método de Elemento Finito (MEF), se utilizarán las recomendaciones descritas en la norma EN 1993-1-5, Anejo C. La norma especifica los lineamientos a seguir para analizar mediante MEF planchas estructurales de acero. Los principales pasos de este método de diseño se puede resumir en los siguientes puntos:

- La estructura se forma como un modelo tridimensional, el tipo de elemento finito a utilizar puede ser de tipo barra, superficie (Shell) o de volumen, que pueda seguir el verdadero comportamiento de estabilidad estructural de los elementos modelados.
- Las imperfecciones geométricas y estructurales (esfuerzos residuales) de la estructura se pueden considerar e introducir como una imperfección geométrica equivalente.
- Definidas las imperfecciones e introducidas en el modelo de elemento finito, se puede analizar la estructura bajo cargas, considerando la no linealidad geométrica y la no linealidad del material.
- El punto más alto de una gráfica (carga concentrada vs desplazamiento vertical) se define su capacidad última resistente, este valor de diseño de resistencia le corresponde un factor parcial de seguridad, que va en función del grado de incertidumbre del modelo y la dispersión de los modelos de carga.

Las imperfecciones en el modelo de elemento finito, se debe considerar de acuerdo con los principios básicos de la norma EN 1993-1-5. Donde las imperfecciones necesitan estar incluidas en el modelo MEF, estas deben comprender las geométricas y las estructurales. La norma EN 1993-1-5, permite considerar una geometría inicial con la imperfección definida por la forma, del primer modo de pandeo de la estructura, que debe tener un campo tensional en correspondencia con el estado de cargas y condiciones de borde del modelo en estudio.

Para el diseño por el MEF se debe tomar en cuenta lo siguiente:

1. La modelación de los componentes estructurales y condiciones de contorno.
2. La selección del programa y documentación de estudios numéricos y experimentales anteriores en relación al modelo en estudio.

3. El uso de las imperfecciones.
4. La modelación de las propiedades del material.
5. La modelación de las cargas.
6. El criterio de modelación del estado limite.
7. Los coeficientes parciales de seguridad que deben aplicarse.

La elección del tipo de elemento finito a utilizar, así como, la densidad de la malla a utilizar en conformidad de la precisión que deseamos en los resultados. En caso de existir duda en el tamaño de la malla se debe realizar un estudio de sensibilidad de la misma con incrementos sucesivos de refinamiento. El modelo de elemento finito se puede realizar ya sea para toda la estructura o una subestructura como una parte de la totalidad de la estructura. En este capítulo se detallará los criterios utilizados en la investigación.

La modelización numérica de las vigas analizadas en esta investigación se ejecuta con un modelo completo con elementos tipo Shell, en primer lugar los puntos clave se han definido (sección transversal de la viga y ancho de carga), variando en función del radio de curvatura horizontal y distancia entre rigidizadores transversales deseado, cambiando así de forma paramétrica la geometría de la viga. En base a estos puntos clave los elementos de superficie se han definido, después se crea la malla de elemento finito en las superficies definidas. Para la determinación del tamaño del elemento óptimo se realiza previamente un estudio de incrementos sucesivos de la malla para llegar a los valores aceptables, por lo que la red de elemento finito no debe ser demasiado fina ni demasiado gruesa, debido que puede generar resultados errados o un costo computacional innecesario.

3.1 Descripción y verificación del modelo

3.1.1 Tipo de elemento finito aplicado

En esta investigación se utiliza el elemento finito Shell 181 de la librería del programa Ansys v16.0 (Ansys 2015), como se muestra en la figura 3.1.

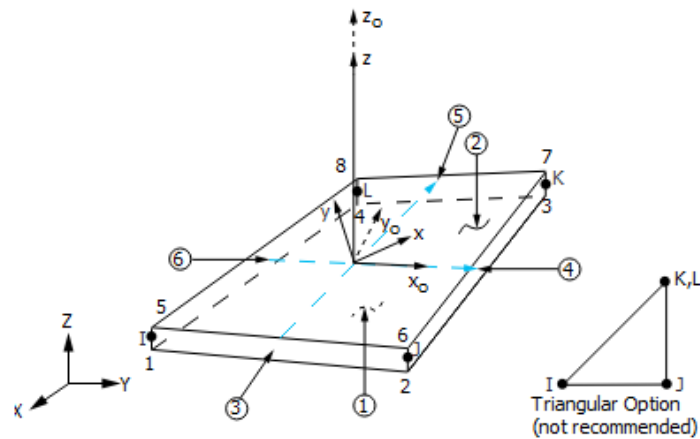


Figura 3.1: Elemento finito Shell 181 (Ansys v16.0)

Las propiedades del elemento son las siguientes:

- Cuatro nodos por elemento.
- Forma cuadrilátera.
- Elemento tipo placa.
- El espesor se asume que varía suavemente sobre el área del elemento, con la entrada de espesores en los cuatro nodos.
- Este elemento tiene capacidades tanto de flexión como de membrana, por lo tanto permite cargas en el plano y normales.
- El elemento tiene seis grados de libertad en cada nodo; traslación en las direcciones X, Y, y Z y rotaciones alrededor de los ejes X, Y y Z.
- Esfuerzos por rigidización y capacidad a grandes desplazamiento están incluidos.
- La matriz de rigidez está disponible para usarse en análisis con grandes desplazamientos (rotación finita).
- Óptimo para análisis de estabilidad.
- Solo para modelos de material lineal elástico, es aplicable.
- Se adapta a análisis lineales, grandes rotaciones y grandes deformaciones (aplicaciones no lineales).
- La no linealidad del material puede ser considerado.

3.1.2 Geometría y condiciones de contorno del modelo numérico utilizado

Debido a no encontrar un estudio experimental de vigas armadas metálicas con curvatura horizontal sometidas a carga concentrada (patch loading), la verificación del modelo numérico se realiza en dos etapas, la primera etapa, se comprueba los resultados del modelo en Ansys con los resultados del modelo realizado en la tesis doctoral “Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads”, (Chacón, 2009) con el programa Abaqus. La segunda etapa se realiza con la intención de tomar sensibilidad de los efectos de la curvatura horizontal y las condiciones de contorno en el modelo, se utiliza los resultados experimentales y numéricos realizados por (Shanmugam, 2003), perteneciente al departamento de ingeniería civil de la universidad nacional de Singapur, donde se estudió el comportamiento a carga última por abolladura a cortante en vigas armadas con curvatura horizontal, como se muestra en la figura 3.2, se observa que el espécimen estudiado tiene restringido la rotación tangencial en los extremos y en la mitad, así como el desplazamiento radial donde esta aplicada la carga.



Figura 3.2: Vista de ensayo de viga con curvatura horizontal sometidas a carga transversal. (izq.) Vista interna al radio, (der.) Vista externa al radio. Shanmugam (2003)

Los modelos numéricos paramétricos realizado por Chacón, 2009, con el programa de elemento finito Abaqus, fue convalidado previamente con ensayos experimentales realizados en la universidad politécnica de Cataluña, a través de una comparación de ambos resultados (numéricos vs experimentales). En la figura 3.3, se muestra el modelo de un panel típico, donde se describen las variables del estudio realizado (S_s , h_w , b_f , t_w , t_s y a).

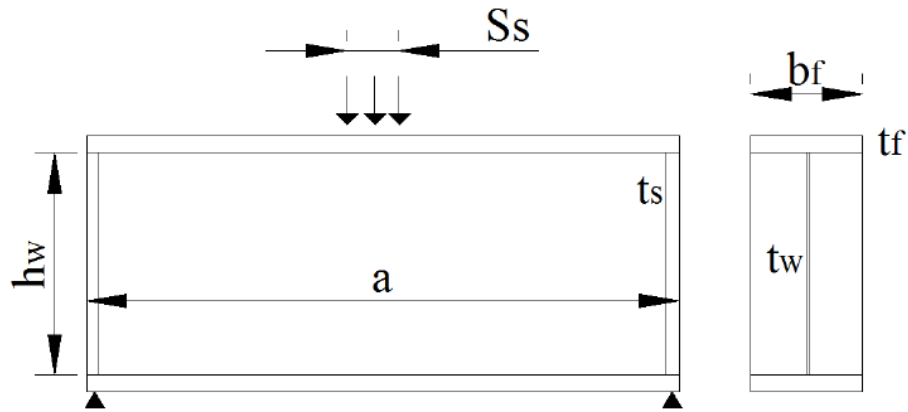
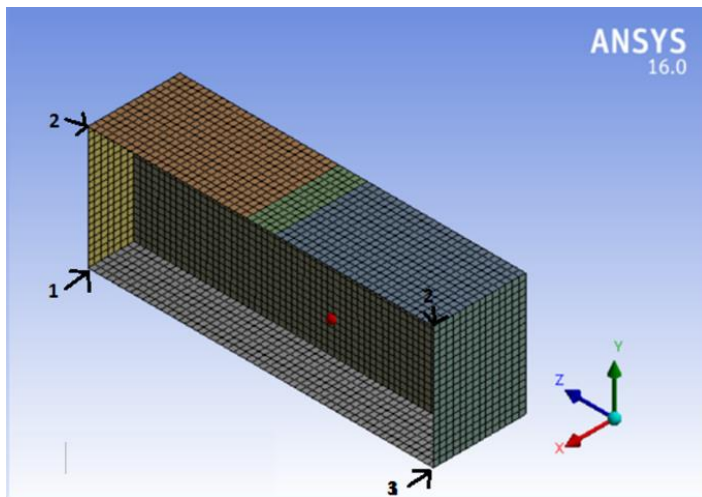


Figura 3.3: Panel típico de estudio paramétrico. Chacón (2009)

En la figura 3.4, se muestra el modelo numérico realizado en elemento finito tipo Shell 181, con el programa Ansys, donde se especifican las condiciones de contorno, para representar los modelos numéricos de Chacón 2009.

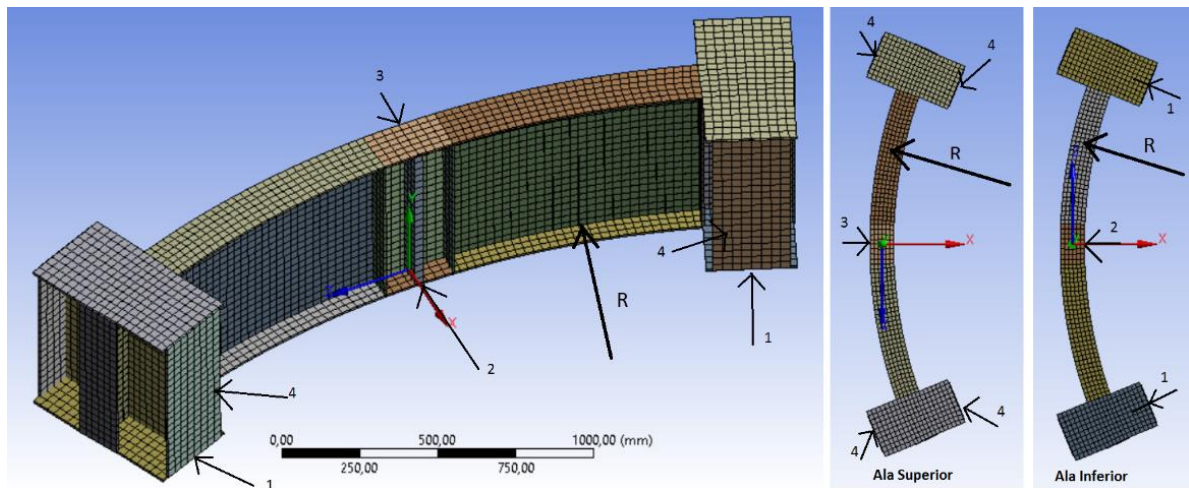


C. Borde	Ux	Uy	Uz	θ_x	θ_y	θ_z
Borde 1	0	0	0	1	0	0
Punto 2	0	1	1	1	1	1
Borde 3	0	0	1	1	0	0

0: Restringido 1: Libre

Figura 3.4: Condiciones de contorno de modelo numérico en Ansys para convalidación de vigas armadas rectas. Chacón (2009)

En la investigación de Chacón 2009, se desarrollaron alrededor de 500 modelos numéricos, en la tabla 3.1, se plasma las vigas consideradas para la convalidación de nuestro modelo. Una limitante de la investigación, es que solo se ejecutara vigas homogéneas; por lo tanto se consideran las vigas homogéneas referidas a un acero con tensión de fluencia f_y de 235 N/mm², tanto para los paneles de alma y alas de la viga armada, dando una relación de $f_{yf}/f_{yw}=1$.



C. Borde	Ux	Uy	Uz	θ_x	θ_y	θ_z
Borde 1	1	0	1	1	1	1
Borde 2	0	1	0	1	1	1
Punto 3	0	1	1	1	1	1
Área 4	Frictionless (solo desplazamiento en su plano)					
0: Restringido				1: Libre		

Figura 3.6: Condiciones de contorno del modelo numérico en Ansys para convalidación de vigas armadas curvas. Shanmugam (2003)

En la investigación de Shanmugam, 2003 se realizaron 10 modelos numéricos. En la tabla 3.2, se plasma las vigas consideradas para la convalidación de nuestro modelo.

Tabla 3.2: Vigas armadas con curvatura horizontal, consideradas para convalidar el modelo hecho con el programa Ansys. Shanmugam (2003)

Especimen	R (mm)	L/R	tw (mm)	d/tw	tf sup(mm)	tf inf(mm)
C15W200	8.600	0,262	2,20	258	8,32	10,03
C45W200	2.870	0,784	1,95	291	8,20	9,20

El modelo utilizado en esta investigación es muy similar a la realizada para la convalidación con shanmugam 2003, con la diferencia que no existe rigidizadores transversales ni arriostramiento lateral donde se aplica la carga. En la figura 3.7 se muestra el modelo numérico utilizado especificando las condiciones de contorno.

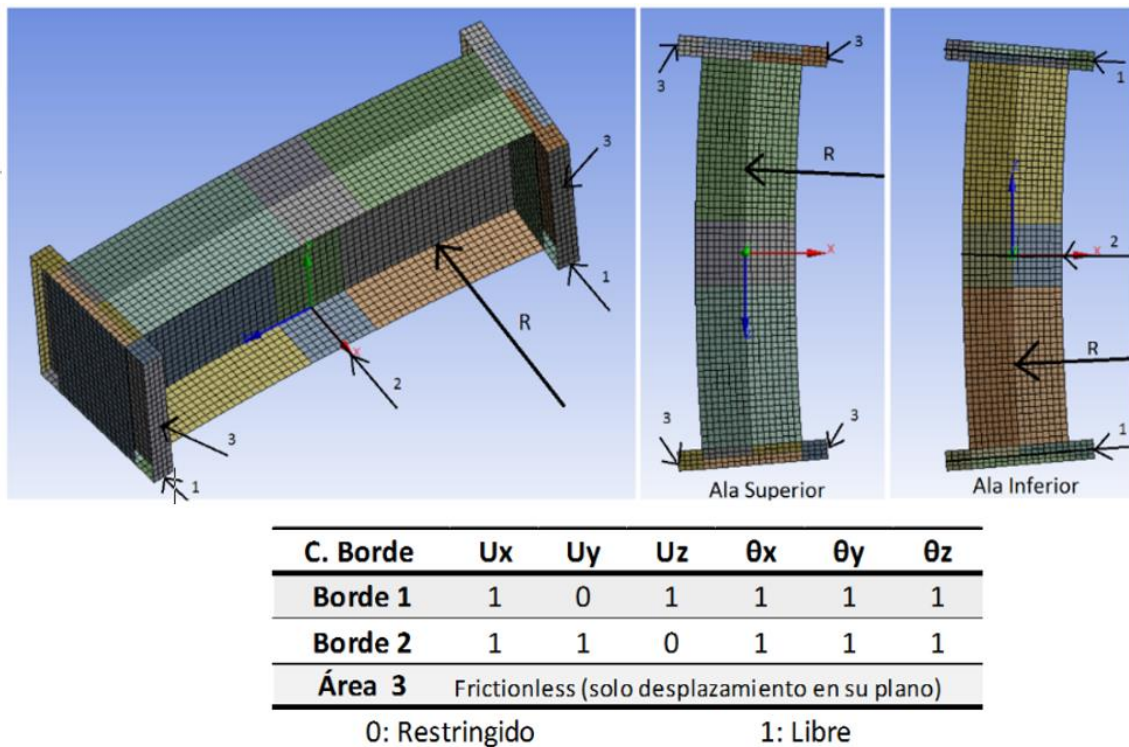


Figura 3.7: Condiciones de contorno del modelo numérico en Ansys para vigas armadas con curvatura horizontal sometida a carga concentrada

3.1.3 Propiedades de los materiales

En esta investigación se trabaja con los materiales utilizados por los autores, para convalidar los resultados numéricos de Chacón 2009 y ensayos experimentales Shanmugam 2003, y el material considerado en este estudio paramétrico numérico. A continuación se describe cada uno de los materiales.

Los modelos numéricos realizados por Chacón 2009, utilizo un acero estructural modelado como un material isotrópico con una superficie de fluencia de von Mises, con endurecimiento isotrópico. Un módulo de elasticidad o módulo de Young (E) de 210 GPa y un coeficiente de poisson de 0,3. Las ecuaciones constitutivas fueron tomadas como un modelo bilineal, una rama elástica y otra rama plástica perfecta, como se muestra en la figura 3.8. Para la convalidación se utilizó vigas homogéneas con una tensión de fluencia (f_y) en los paneles de alas y alma de 235 MPa. La resistencia a la rotura se define por una deformación unitaria principal de tracción de $\epsilon = 5\%$.

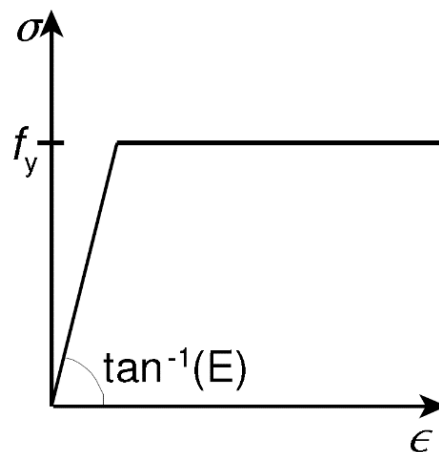


Figura 3.8: Modelo del material aplicado por Chacón, 2009

Shanmugam 2003, elaboro ensayos experimentales y modelos numéricos. Para caracterizar el material, ejecuto ensayos de tracción con extracción de probetas normalizadas sacadas tanto de las alas como del alma, determino el modelo de elasticidad (E) y la tensión de fluencia (f_y) promedio como se muestra en la tabla 3.3. El modelo utilizado para representar el material en su modelo numérico fue el mismo utilizado por Chacón 2009; un modelo elasto-plástico perfecto.

Tabla 3.3: Caracterización del material por Shanmugam, 2003

Especimen	Alma		Ala	
	E_w (N/mm ²)	f_{yw} (N/mm ²)	E_f (N/mm ²)	f_{yf} (N/mm ²)
C15W200	216	322	216	375
C45W200	213	327	210	367

En este estudio paramétrico numérico, se utiliza el valor característico de la resistencia a la fluencia definido en la muestra de estudio. Se analiza vigas homogéneas de acero S355 con una tensión de fluencia f_y igual a 355 MPa y un módulo de elasticidad E de 210 GPa. Para asegurar, que todos los resultados de cálculos numéricos están en el lado seguro del material, se idealiza, que tiene un comportamiento lineal hasta alcanzar la tensión de fluencia y después entra en plastificación con un módulo de elasticidad reducido de valor $E / 10000$, como se muestra en la figura 3.9. El aumento de este módulo de elasticidad reducido es importante para asegurar la estabilidad numérica en los cálculos de elemento finito. El primer objetivo de utilizar un modelo de material sin endurecimiento, es que las resistencias calculadas están sobre el lado seguro, el segundo objetivo es que los resultados son comparables con las resistencias calculadas manualmente de acuerdo a la norma EN1993-1-5. Todos los métodos de diseño utilizan sólo la tensión de fluencia, el efecto del endurecimiento no se incluyen en el método de diseño. Para asegurar la mejor comparabilidad

de los resultados numéricos y los valores de diseño estándar, se considera un modelo sin endurecimiento.

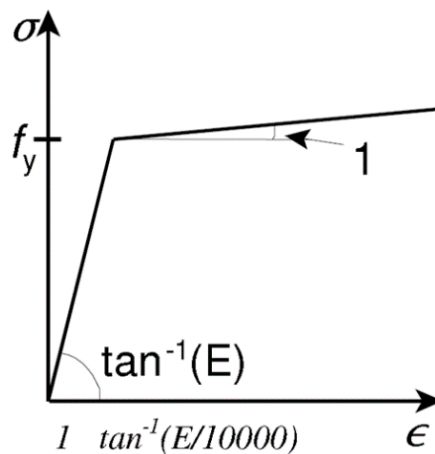


Figura 3.9: Modelo del material aplicado

3.1.4 Imperfecciones

La norma EN 1993-1-5, especifica las alternativas permitidas para introducir las imperfecciones equivalentes en el modelo de elemento finito, que debe incluir las imperfecciones geométricas y estructurales; es decir; incluyendo las tensiones residuales e imperfecciones geométricas tales como la falta de verticalidad, de rectitud de los elementos, de ajuste y excentricidades menores presentes en las uniones cuando la estructura esta descargada.

El objetivo de esta investigación es determinar la resistencia última a carga concentrada (patch loading) de vigas armadas con curvatura horizontal. Por lo tanto esta forma de fallo debe gobernar el comportamiento estructural, de esta manera la aplicación de las imperfecciones es un punto clave del proceso de cálculo. Existen diferentes posibilidades permitidas por la normativa para definir la imperfección geométrica equivalente.

La primera posibilidad es el uso de las imperfecciones definido por el usuario, con formas conocidas. Estas formas de imperfecciones son observadas después de la fabricación. La forma de la imperfección definida manualmente se da a menudo como una función de tipo seno, u otras funciones. La introducción de la misma en el modelo es más utilizada.

Definiendo manualmente la imperfección, con una forma de onda sinusoidal de acuerdo a la normativa EN1993-1-5. Esta forma de imperfección se muestra en la Fig. 3.10, es la forma de imperfección recomendada por la normativa para paneles y sub-paneles, siendo este el modo de fallo a carga última. Este tipo de forma de imperfección tipo seno se utiliza para el panel del alma

en función de su geometría. La magnitud de la máxima imperfección aplicada es la menor de $h_w / 200$ o $a/200$, recomendado en la norma, en la tabla C.2.

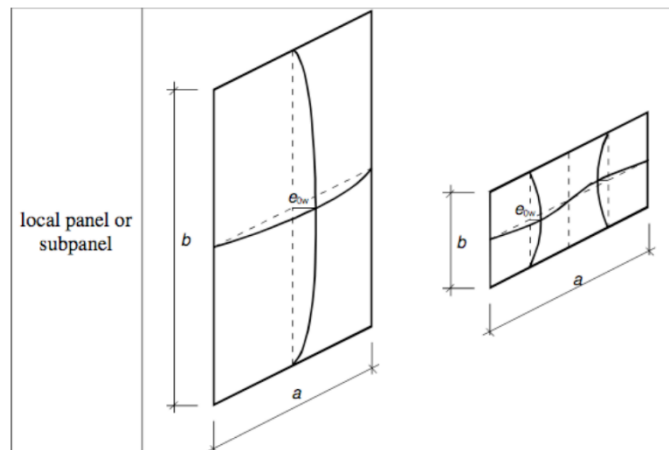


Figura 3.10: Modelo de imperfección geométrica equivalente (EN 1993-1-5 2006)

La segunda posibilidad es la aplicación de la imperfección con la forma de un modo propio de pandeo escalado. Generalmente se permite utilizar el primer modo propio; es decir, el más bajo como la forma de imperfección. La forma de pandeo del panel analizado debe corresponder a una forma de pandeo por abolladura por fuerza concentrada. Estas imperfecciones se definen en función de unas bases matemáticas y procesos de modelación. En el caso de estructuras principales sometidas a un estado tensional bien definido la aplicación de la forma de imperfección de un modo propio de pandeo conduce a un diseño seguro.

La tercera posibilidad, es la aplicación de la imperfección con la forma afín a la de su colapso. Para introducir este tipo de forma de imperfección se debe realizar un análisis previo NGM, donde la forma de colapso de la viga analizada está definido y la geometría original se sobrescribe con esta forma imperfecta. Este tipo de imperfección no es de uso común, por lo tanto, no se utilizó en esta tesis. En esta investigación, se utilizó la introducción de la imperfección con la forma de un modo de pandeo, se desarrolló un estudio para evaluar la sensibilidad del modo a utilizar en vigas con curvatura horizontal y comparando los resultados entre sí.

La investigación de Chacón 2009, demostró que para elementos con pequeña esbeltez de alma, son dominante los efectos de plastificación, en los dos primeros modos existía una diferencia máxima del 10%, para el tercer modo, la falla tenía una diferencia hasta del 44%, para vigas esbeltas gobernadas por una inestabilidad global del panel no existía prácticamente influencia en la carga última entre los modos de pandeo escogidos.

Chacón 2009, en su modelo numérico, después de un estudio previo utilizó como geometría inicial, la forma del primer modo de pandeo crítico, donde el perfil de deformación era fuera del plano del alma directamente debajo donde se aplicaba la carga concentrada. La máxima amplitud (w) utilizada para escalar la forma fue el 80% de las tolerancias de fabricación, como lo establece la norma EN-1993-1-5, donde estas tolerancias de fabricación es el menor valor entre el espesor del alma (t_w) o la altura libre del alma entre las alas partido por 100 ($h_w/100$).

En la tabla 3.4, se muestra la comparación de los resultados numéricos de esta investigación para vigas rectas, con los modelos numéricos de Chacón 2009, considerando una imperfección del 80% de las tolerancias de fabricación y las recomendaciones de la EN 1993-1-5, recogida en su tabla C.2, que establece para paneles o sub-paneles de dimensiones en nuestro caso a y h_w , considerar un valor máximo de imperfección del mínimo ($a/200$; $h_w/200$). Se aprecia que para ninguno de los casos se supera el 7% de diferencia con respecto al realizado por Chacón 2009.

Tabla 3.4: Comparación con los resultados de Chacón 2009 y el modelo numérico, en función de la magnitud de la imperfección

Espécimen	Fnum1, Chacón2009 (KN)	Fnum2, Fabricación 80% min($h_w/100:t_w$) (KN)	Fnum3, EN1993-1-5,C.2 min($a/200:h_w/200$) (KN)	Fnum1/Fnum2	Fnum1/Fnum3
VT-0-3-12-25-1,0	1.679	1.734	1789	0,97	0,94
VT-1-6-20-50-1,0	4.256	4.332	4419	0,98	0,96
VT-2-9-15-75-1,0	2.711	2.888	2875	0,94	0,94
VT-3-12-15-100-1,0	2.820	3.054	3042	0,92	0,93

Shanmugam 2003, Utilizó como imperfección inicial el primer modo de pandeo, pero la amplitud máxima (w) de la imperfección la determino empíricamente definiendo un valor igual al espesor del alma (t_w) tenía resultados satisfactorios en su modelo numérico.

En la tabla 3.5, se muestra la comparación de los resultados numéricos para vigas con curvatura horizontal sometidas a cortante con los modelos numéricos de Shanmugam 2003, considerando la imperfección máxima recomendada por el autor, de un valor igual al espesor del alma y las recomendaciones de la EN 1993-1-5, recogida en su tabla C.2, que establece para paneles o sub-paneles de dimensiones a x h_w , considera un valor máximo de imperfección, como el mínimo entre ($a/200$; $h_w/200$). Se aprecia que para ninguno de los casos se supera el 6% de diferencia con respecto al realizado por Shanmugam 2003.

Tabla 3.5: Comparación con los resultados de Shanmugam, 2003 y el modelo numérico, en función de la magnitud de la imperfección

Espécimen	F _{exp} , Shanmugam 2003 (KN)	F _{num1} , Shanmugam 2003 (KN)	F _{num2} , Imperfeccion maxima tw (KN)	F _{num3} , EN1993-1-5,C.2 imperfeccion maxima min(a/200:hw/200) (KN)	F _{num1} /F _{num2}	F _{num1} /F _{num3}	F _{exp} /F _{num2}	F _{exp} /F _{num3}
C15W200	232	244	246,64	246,74	0,99	0,99	0,94	0,94
C45W200	195	210	202,36	198,32	1,04	1,06	0,96	0,98

Los resultados mostraron que no existe gran diferencia (menor del 6%) entre la carga última utilizando las diferentes magnitudes de imperfección. Para el modelo se utilizó las imperfecciones recomendadas en la normativa. A continuación se evalúa la sensibilidad a carga última, en función del modo de pandeo que se seleccione para el caso de vigas armadas con curvatura horizontal sometida a carga concentrada (patch loading).

Para evaluar el comportamiento de vigas con curvaturas horizontal en función de la forma del modo de pandeo que se seleccione como imperfección inicial y de la relación del radio de curvatura R con la distancia entre rigidizadores transversales (a). Utilizaremos una viga con una relación de esbeltez de alma (h_w/t_w) de 166,67 que representa la media de nuestra muestra de estudio. En la tabla 3.6 se muestra las propiedades geométricas del estudio.

Tabla 3.6: Geometría de las vigas para el estudio de la sensibilidad de la carga última en función del modo de pandeo (imperfección inicial) y el radio de curvatura horizontal

Especimen (VT-G-h _w -t _w -a-R)	h _w (mm)	t _w (mm)	b _f (mm)	t _f (mm)	t _s (mm)	S _s (mm)	f _{yw} (N/mm ²)	f _{yt} (N/mm ²)	a (mm)	R (mm)	a/R
VT-2-2-12-6-inf	2.000	12	900	80	60	1.000	235	355	6.000	∞	0
VT-2-2-12-6-600	2.000	12	900	80	60	1.000	235	355	6.000	600.000	0,01
VT-2-2-12-6-120	2.000	12	900	80	60	1.000	235	355	6.000	120.000	0,05
VT-2-2-12-6-60	2.000	12	900	80	60	1.000	235	355	6.000	60.000	0,10
VT-2-2-12-6-24	2.000	12	900	80	60	1.000	235	355	6.000	24.000	0,25

En la figura 3.11, se muestra la influencia del radio de curvatura horizontal en la deformada del modo de pandeo, a medida que el radio de curvatura disminuye distorsiona más la deformada que cuando la misma viga es recta, debido a que las tensiones torsionales presentes son más importantes, notándose a partir de una relación $a/R=0.10$. Se observa que el primer modo de pandeo es claramente una deformada por carga concentrada (patch loading). El tercer modo se asemeja más a una deformada por cortante y el modo 2 una mezcla de los modos 1 y 2.

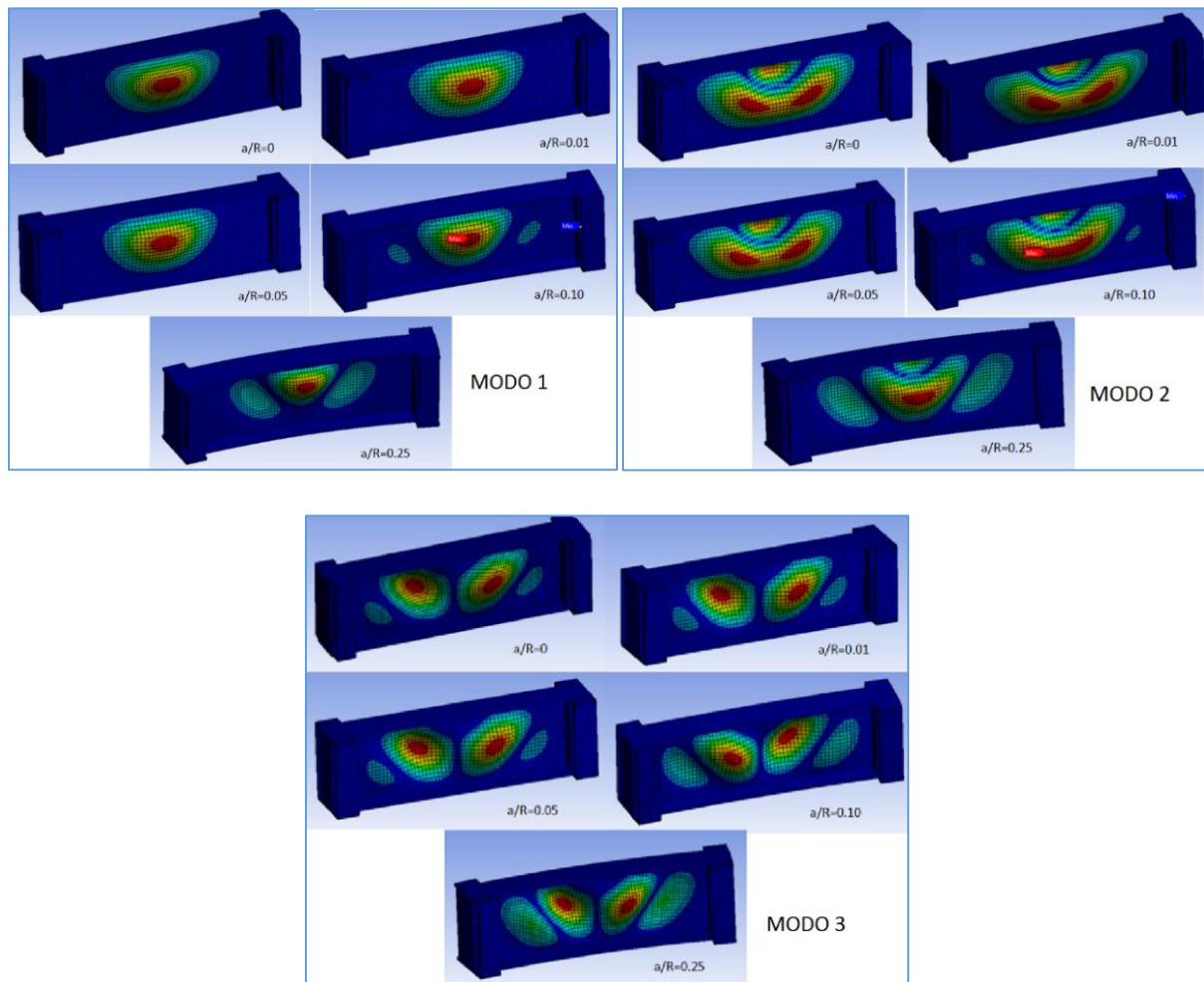


Figura 3.11: Influencia del radio de curvatura en la deformada del modo de pandeo

En la figura 3.12 se muestra la influencia de la relación a/R sobre la carga crítica elástica de abolladura para los tres primeros modos, cuando $a/R=0$ estamos en la presencia de una viga recta existiendo una diferencia con respecto al primer modo de aproximadamente de 50% mayor el modo 2 y del 200% en el modo 3. A medida que a/R aumenta, disminuye el radio considerando la igual distancia entre rigidizadores transversales (a), la carga crítica de abolladura aumenta y el gradiente de variación del modo 1 es mayor que el modo 2 y el modo 2 es mayor que el del modo 3, por lo consiguiente para una relación de $a/R=0,25$, la diferencia con respecto a modo 1, pasa a un 15% en el modo 2 y un 40% en el modo 3 aproximadamente.

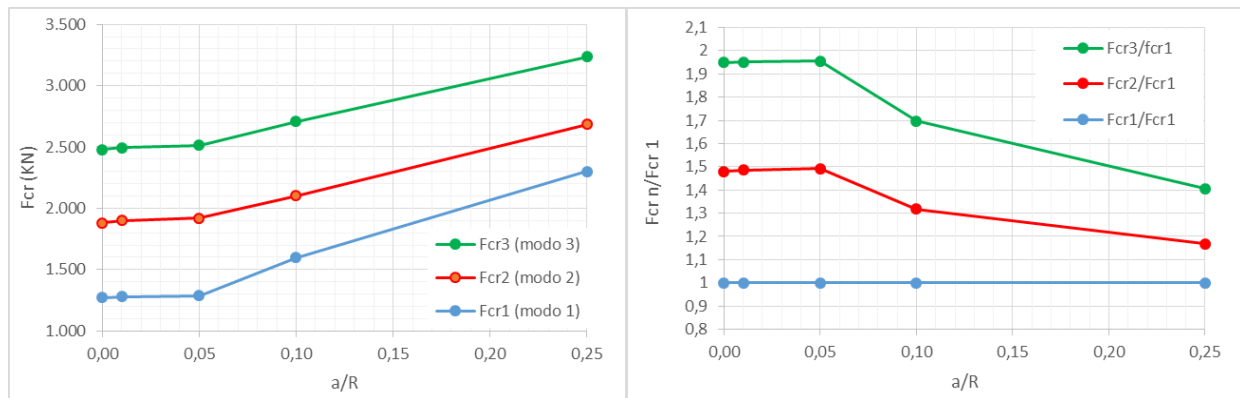


Figura 3.12: Influencia del radio de curvatura en la deformada del modo de pandeo con relación a la carga crítica

Analizando ahora la influencia en la carga última de abolladura, observamos en la figura 3.13, para la viga recta existe una diferencia de aproximadamente del 50% si consideramos el tercer modo, confirmando los resultados que obtuvo Chacón 2009, pero inmediatamente al tener la viga una pequeña curvatura las diferencias de la carga última son menores del 3% en los tres modos y para una relación de $a/R=0,25$ no llegan alcanzar una diferencia del 5% con respecto al primer modo.

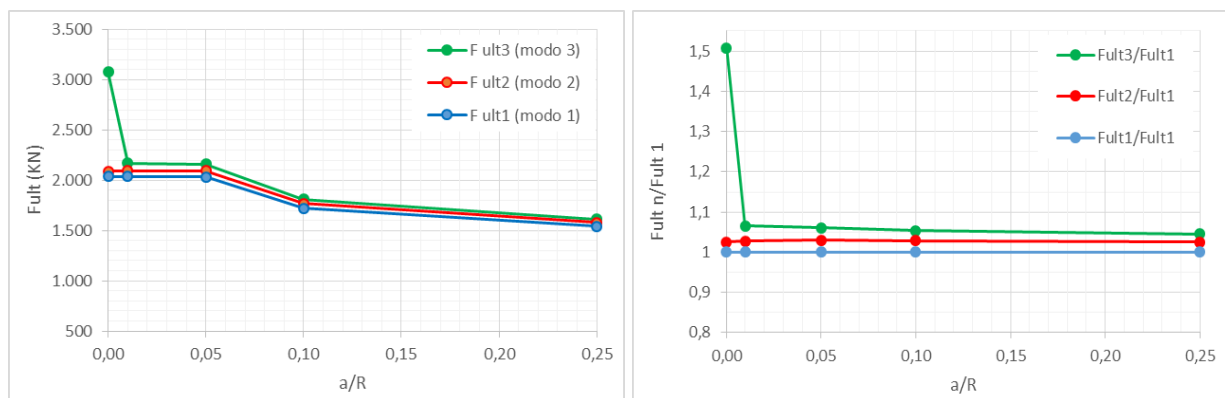


Figura 3.13: Influencia del radio de curvatura en la deformada del modo de pandeo con relación a la carga última de abolladura por fuerza vertical

Se observa en la figura 3.14, que la deformada final considerando la viga recta no corresponde a una deformada por patch loading, para el caso de considerar como imperfección inicial el tercer modo.

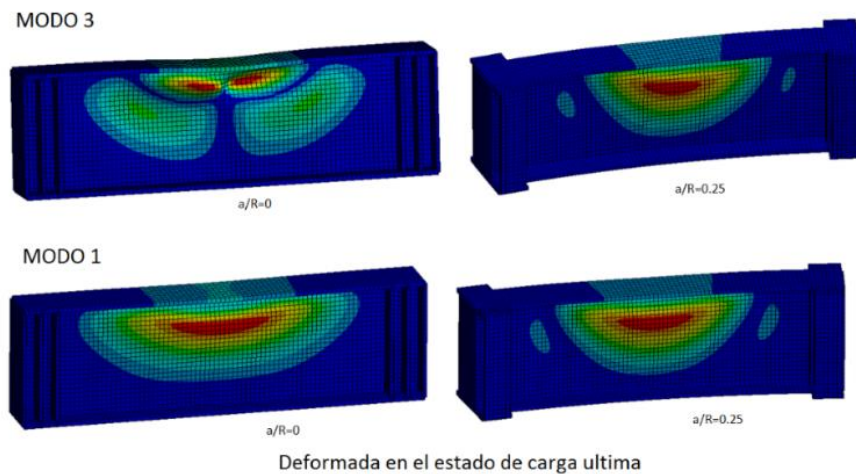


Figura 3.14: Deformada final de la viga considerando la no linealidad del material y la geometría, con la deformada inicial del primero y tercer modo

Estudiando la influencia de la magnitud de la imperfección máxima para el primer modo de pandeo, consideramos la viga anterior tomando como valor máximo lo establecido en EN-1993-1-5, anexo C y analizamos variando el porcentaje de esta imperfección, determinando la sensibilidad del modelo sujeto a un estado de carga de patch loading vemos en la figura 3.15, que las curvas prácticamente están paralelas.

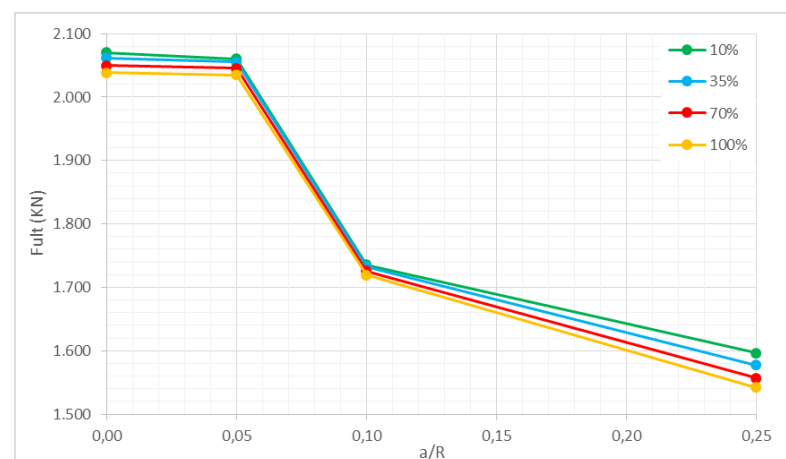


Figura 3.14: Influencia del % de la deformación máxima del modo de pandeo, considerando el primer modo y el valor máximo de $\min(a/200; h_w/200)$

En la tabla 3.7, se observa la resistencia última a fuerza vertical con respecto al porcentaje de la imperfección máxima y la variación de a/R . La diferencia aumenta con respecto al 100% considerado en EN-1993-1-5 a medida que a/R aumenta y el porcentaje de imperfección máxima

disminuye. La mayor diferencia es del 3,5% para un $a/R=0,25$ y un 10% de la deformación máxima establecida en la normativa.

Tabla 3.7: Resistencia a carga última a fuerza transversal, considerando diferentes relaciones de a/R y porcentaje de la imperfección máxima (w), donde $w_{max}=\min(a/200;h_w/200)$

Influencia del %w ($w=\min(a/200;h_w/200)$), para una deformada inicial del Primer modo de pandeo									
Espécimen (VT-G- h_w - t_w - a - R)	R (mm)	a/R	Fult1 100% W (KN)	Fult2 70% W (KN)	Fult3 35% W (KN)	Fult4 10% W (KN)	Fult2/Fult1	Fult3/Fult1	Fult4/Fult1
VT-2-2-12-6-inf	∞	0	2039	2.050	2.062	2.070	1,005	1,011	1,015
VT-2-2-12-6-120	120.000	0,05	2035	2.045	2.055	2.060	1,005	1,010	1,012
VT-2-2-12-6-60	60.000	0,10	1719	1.726	1.733	1.736	1,004	1,008	1,010
VT-2-2-12-6-24	24.000	0,25	1542	1.557	1.578	1.597	1,010	1,023	1,035

Los resultados mostraron que no hay diferencias grandes (menor del 5%) entre la carga de rotura utilizando las diferentes formas de imperfección, con excepción para el caso recto con el tercer modo. La mejor solución es estar en el lado de la seguridad, por lo tanto, se considera el uso del primer modo propio de pandeo como imperfecciones inicial. La magnitud de la imperfección máxima se considera el 100% que establece la normativa ya que de esta forma estaríamos del lado seguro.

3.1.5 Tipo de Análisis

La verificación del modelo es ejecutado en dos etapas. La primera etapa es la simulación de cuatro vigas rectas sometidas a carga concentrada (patch loading) realizadas por (Chacón 2009) y la segunda etapa es la simulación de dos pruebas realizadas por Shanmugam (2003). Las cargas últimas se determinan por un análisis no lineal geométrico y no lineal del material, considerando como imperfección inicial equivalente la deformada de un modo de pandeo en correspondencia con el tipo de falla esperado. Se llega a la solución mediante un proceso iterativo de prueba y error, de forma que, al final se ajustan las propiedades de los materiales y se actualizan las coordenadas geometría (grandes desplazamiento) para satisfacer las nuevas leyes constitutivas, equilibrio y compatibilidad para ese incremento de carga o desplazamiento. Se utilizó el enfoque de Newton-Raphson para el análisis no lineal.

El objetivo del análisis no lineal es rastrear la respuesta del modelo estructural que se somete a una historia de carga en particular. Esto se hace generalmente usando un procedimiento incremental iterativo. La respuesta estructural se calcula después de cada incremento tomando el paso anterior como el estado inicial. Permitiendo la actualización para cada paso la tensiones acumuladas y las coordenadas nodales, a fin de tener en cuenta tanto la no linealidad del material

y la no linealidad geométrica. Es muy importante distinguir entre el criterio que se fija para el tamaño de cada paso y el procedimiento iterativo que resuelve las ecuaciones de equilibrio.

Para la mayoría de los casos, el programa numérico utilizado, Ansys, utiliza el método de Newton-Raphson (Figura 3.15) como técnica iterativa para resolver las ecuaciones de equilibrio no lineales. La razón de esta es principalmente por la seguridad de convergencia obtenida mediante el uso de este método, en comparación con las tasas de convergencia exhibidos por los métodos alternos (por lo general Newton-raphson modificado o método incremental-secante de cuasi-Newton).

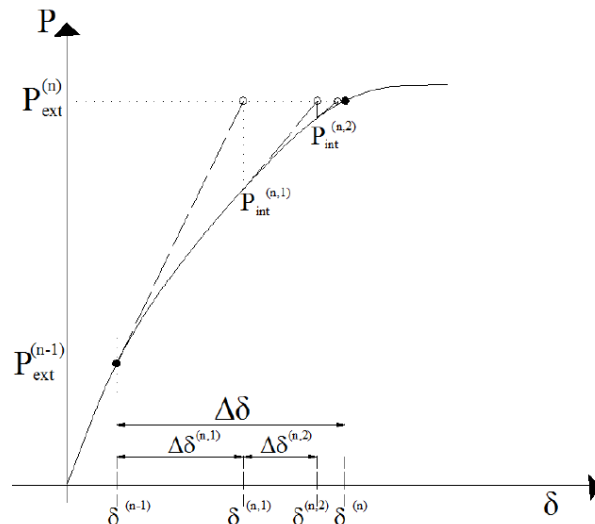


Figura. 3.15: Método estándar de Newton-Raphson. Chacón (2009)

Por otra parte, el criterio que fija el tamaño de cada paso también debe ser definido. De hecho, esta estrategia de solución es independiente de la elección del procedimiento iterativo. Ejemplos de técnicas de control de paso de tamaño incluyen el control de la carga, el control de desplazamiento o varias versiones de longitud de arco (Riks (1979); Mathies y Strang (1979); Crisfield (1.981)).

Utilizando la técnica de control de desplazamiento evitamos primero que una vez que se ha agotado la capacidad de transporte de carga, el proceso de iteración oscila o diverge y el equilibrio no se pueda restaurar (figura 3.16). Ya que uno de los objetivos es evaluar la capacidad post crítica, se podrá aumentar más allá del pico y en segundo lugar, conocido que la divergencia puede ser debido a otras razones diferentes al de la carga última. Las técnicas de solución con diagramas de carga-desplazamiento más allá del pico se han desarrollado con el fin de cumplir con esta brecha. La respuesta en la rama posterior al pico del diagrama puede ser proporcionada.

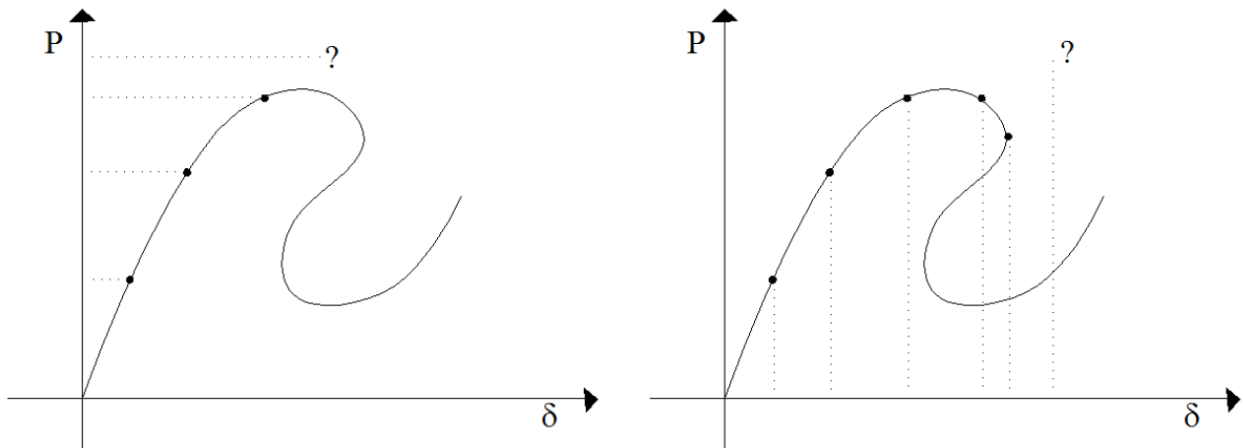


Figura. 3.16: Diagrama carga vs desplazamiento. (a) Control de carga (b) control de desplazamiento. Chacón (2009)

El control de desplazamiento directo es una técnica rentable comúnmente utilizada. En esto caso, el punto de carga se considera como un apoyo adicional con el desplazamiento prescrito que conoce de antemano y la fuerza que actúa sobre la estructura se mide como la reacción generada en este soporte. Un inconveniente del control de desplazamiento directo es que sólo se puede aplicar si la estructura se carga en un solo punto, que no es siempre el caso.

A diferencia de los métodos antes mencionados, técnicas avanzadas de control del tamaño del paso abandonan el supuesto de que se prescriben valores de cargas o desplazamientos externos después de cada paso por adelantado. En lugar de ello, la idea básica de tales técnicas de control incrementales es que cada etapa se especifique el tamaño mediante una ecuación de restricción que implica los desplazamientos desconocidos así como la carga de referencia.

Una de las técnicas más destacadas es el enfoque de longitud de arco. Este criterio establece una longitud de arco constante en una gráfica de carga-desplazamiento que automáticamente enfatiza la contribución de la variable (por ejemplo, carga o desplazamiento) que cambia más rápidamente. A pesar de su aparente simplicidad, vale la pena tener en cuenta que la fuerza y el desplazamiento tienen completamente diferentes unidades.

En consecuencia, la medida geométrica del arco no representar cualquier sentido físico. La longitud del arco relaciona el factor de carga $\Delta\lambda$ incrementando y el desplazamiento gradualmente Δu a través de un arco. En la Fig. 3.17 se presentan el factor de incremento de carga $\Delta\lambda$ y el desplazamiento gradual Δu para el método de longitud de arco con el método Newton- Raphson.

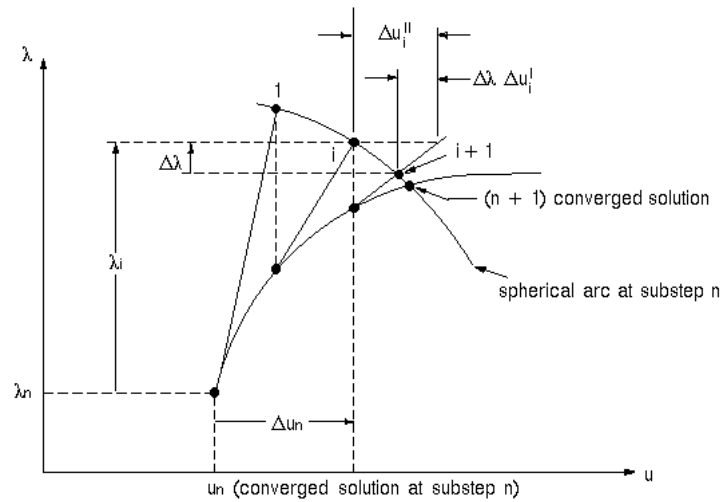


Figura. 3.17: Control por longitud de arco con Newton Raphson

3.1.6 Análisis de tamaño de malla

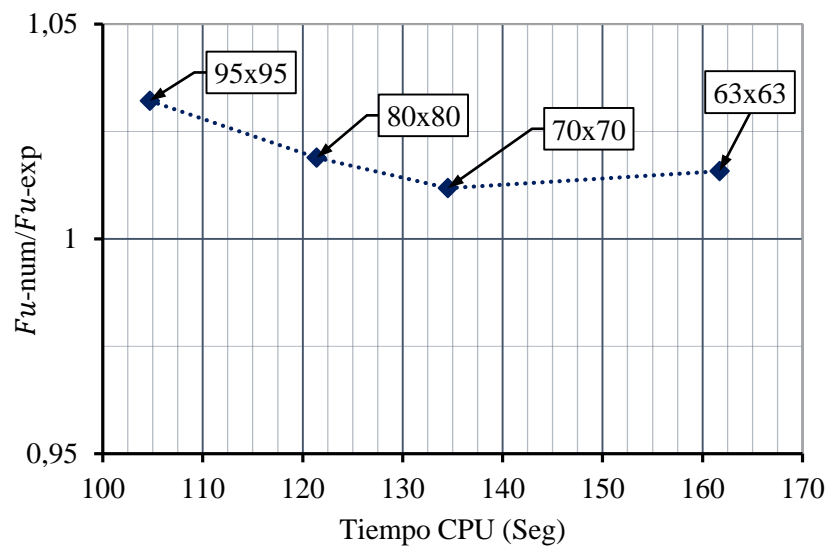
La elección del tamaño de malla adecuada es muy importante para la exactitud requerida en los resultados. Con el fin de obtener la precisión deseada y al mismo tiempo obtener un óptimo coste computacional se realiza un análisis de tamaño de malla, ejecutando el modelo numérico con diferentes cantidades de elementos finitos, de forma controlada en sentido creciente. Este incremento se realizara hasta cumplir con el objetivo que la cantidad de elementos cumpla con la exactitud de los resultados y el tiempo de cálculo sea aceptable.

El análisis realizado para diferentes tamaños de malla, van desde la mallas más gruesas de ($95 \times 95 \text{ mm}$ aprox. que representa 548 elementos cuadriláteros Shell-181), a mallas más densas de ($57 \times 57 \text{ mm}$ aprox. que representa 1.344 elementos cuadriláteros Shell-181). Un resumen del análisis del tamaño de malla hecho para la viga C15W200, se muestra en la Tabla 3.8. Se observa que para un tamaño de malla de $70 \times 70 \text{ mm}$ y 65×65 aprox, se encaja en los requisitos de precisión requerida. Encontrando un 98,8% de correspondencia con la carga última obtenida en el ensayo experimental de Shanmungan, 2003.

Tabla. 3.8: Análisis de tamaño de malla de Viga C15W200

Tamaño elemento	N° Elemento	$F_{u, Exp} [kN]$	$F_{u, Num} [kN]$	Tiempo (Seg)	Error [%]
95	548	232	239,46	104,69	-3,22
80	736	232	236,38	121,41	-1,89
70	832	232	234,74	134,53	-1,18
63	1104	232	235,66	161,72	-1,58

En la Fig.3.18, muestra el análisis de densidad de malla de la viga C15W200, relacionando los resultados finales de los modelos vs el tiempo utilizado por el ordenador. La carga última obtenida numéricamente (F_{u-num}) estará dividida con la carga última experimental (F_{u-exp}) y el tiempo estará en segundos, que representa el tiempo utilizado por el ordenador para el análisis cada modelo numérico. Apreciando que los elementos de tamaño entre 70x70mm y 65x65mm, relacionan mejor los resultado y costo computacional.

**Figura. 3.18: (F_{u-num}/F_{u-exp}) vs tiempo CPU. Viga C15W200**

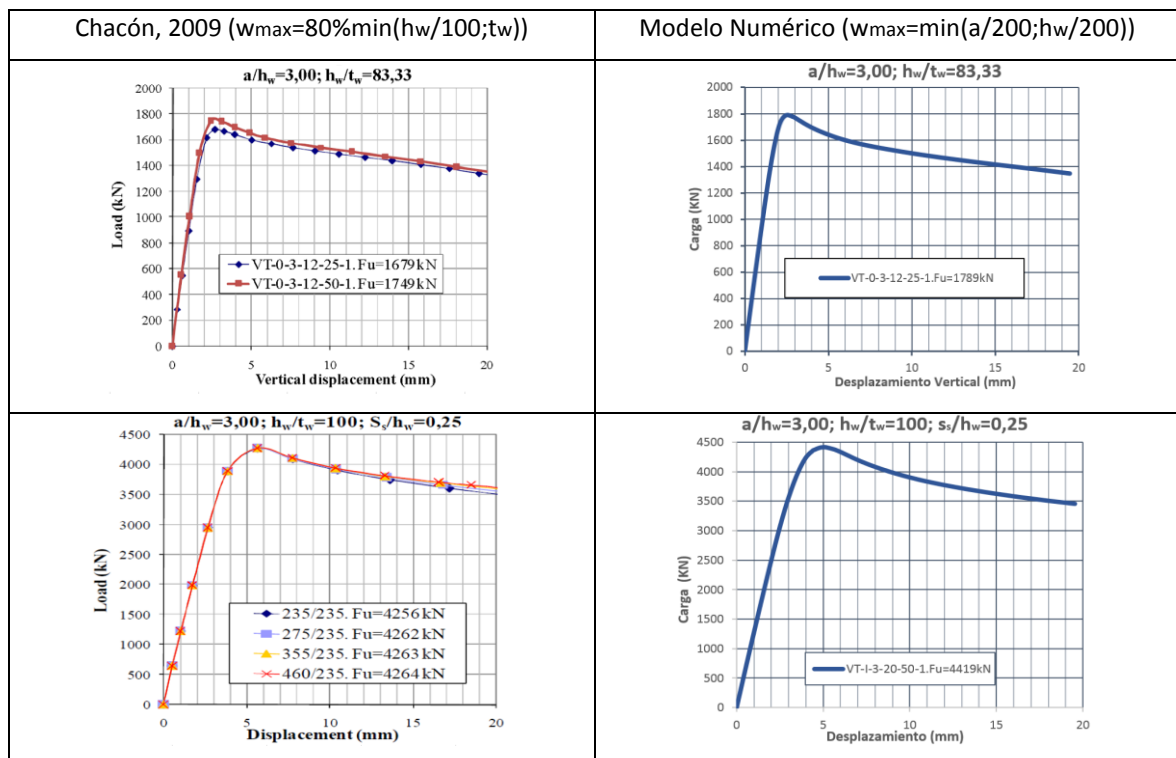
3.1.7 Verificación del modelo

En la tabla 3.9, se compara los resultados obtenidos con nuestro modelo numérico y los resultados a carga última de (Chacón 2009) para vigas rectas sometidas a carga concentrada. En función de la muestra en estudio, se observa que para vigas con esbeltez de alma menor a 100, la diferencia de la carga crítica elástica es de aproximadamente del 5% y la carga última del 6%. Para esbeltez de alma mayor a 200 prácticamente no existe diferencia entre las cargas críticas y con respecto a la carga última existe una diferencia en la carga última aproximadamente del 7%. Las diferencias aumentaron debido que se están comparando los modelos con diferentes valores de deformación máxima en la imperfección inicial.

Tabla 3.9: Comparación con los resultados de Chacón 2009 y el modelo numérico

Especímen	hw/tw	Fcr num1,	Fcr num2,	Fult num1,	Fult num2,	Fcr num1/Fcr num2	Fult num1/Fult num2
		Chacón2009 (KN)	ANSYS (KN)	Chacón2009 (KN)	ANSYS (KN)		
VT-0-3-12-25-1,0	83	2.489	2.373	1.679	1789	1,05	0,94
VT-1-6-20-50-1,0	100	5.524	5.288	4.256	4419	1,04	0,96
VT-2-9-15-75-1,0	200	1.535	1.528	2.711	2875	1,00	0,94
VT-3-12-15-100-1,0	267	1.157	1.166	2.820	3042	0,99	0,93

En la figura 3.19, se representa los diagramas de carga concentrada vs desplazamiento vertical, de las vigas rectas modeladas por chacón 2009 y las representadas en nuestro modelo. Se observa que las curvas tienen la misma forma y tendencia.



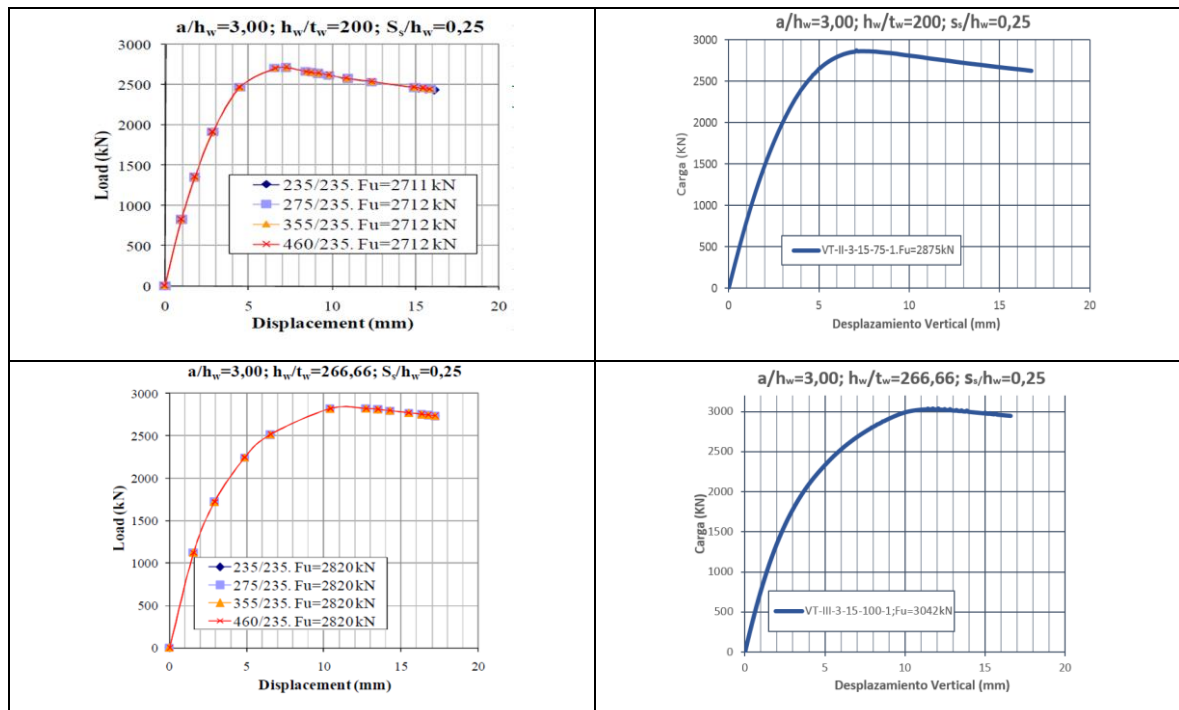


Figura. 3.18: Comparación de los diagramas fuerza vs desplazamiento vertical de nuestro modelo con los realizados por Chacón, 2009

En las vigas C15W200 y C45W200, las cargas últimas determinadas por el modelo numérico son 234,74 kN y 198,32 kN respectivamente. Por otro lado la carga última en las pruebas experimentales fue 232 kN y 195 kN, por lo que la exactitud que obtuvo mediante el modelo numérico es 99% y 98% en cada viga.

El último paso, para la validación del modelo utilizado en el presente documento, es la comparación de los diagramas de carga-desplazamiento, entre las medidas experimentalmente y la del modelo numéricos. Figura 3.19 muestra las dos curvas de carga (kN) vs desplazamiento (deflexión), de la viga C15W200. Siendo la Fig.3.19 (a) la obtenida experimental por Shanmungan, 2003 y Fig.3.19 (b), constituye la del modelo numérico. Exponiendo comportamiento muy similar, encontrado la carga última aproximadamente a los 15 mm del desplazamiento.

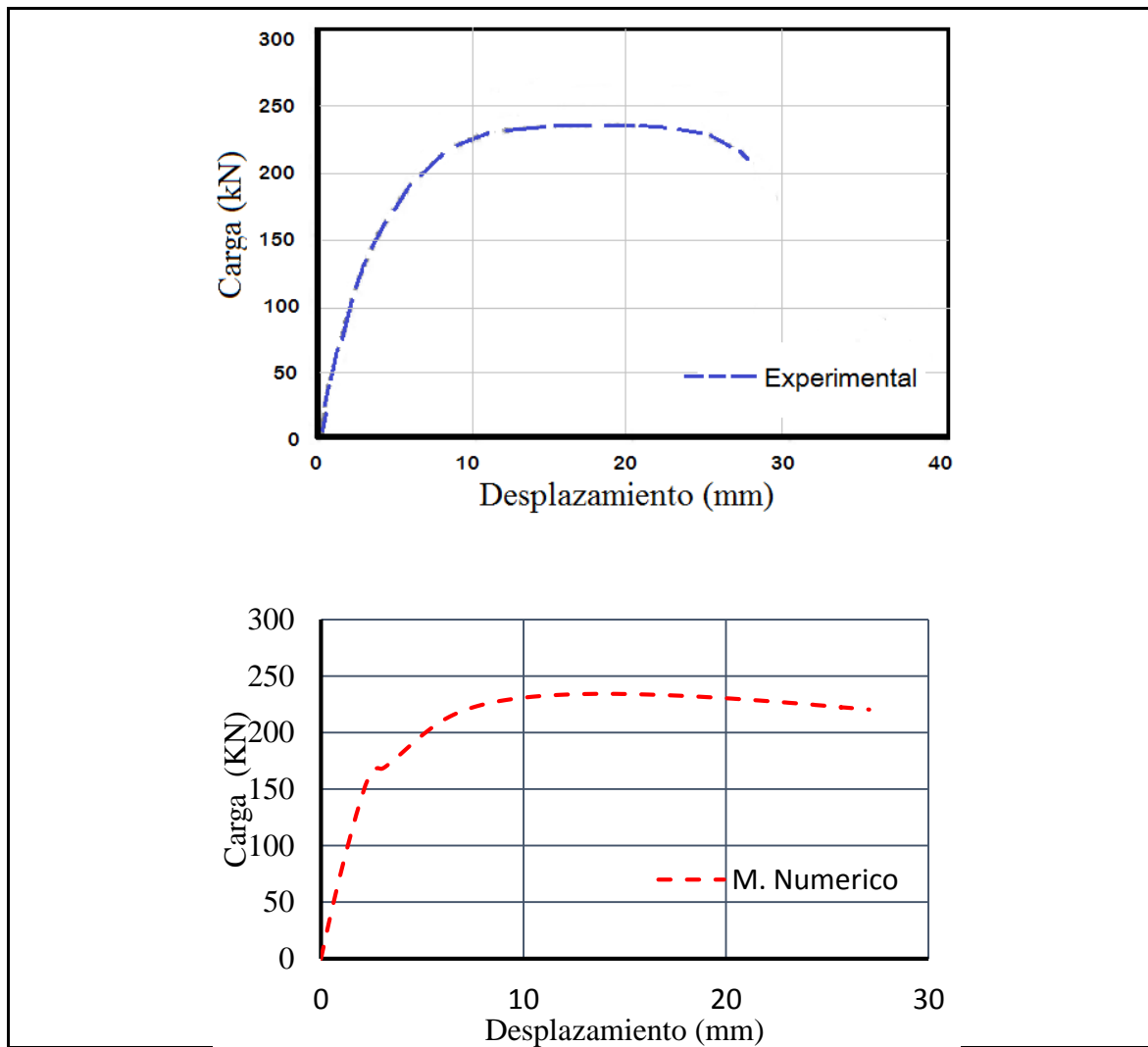


Figura. 3.19: Diagrama Carga vs Desplazamiento, viga C15W200. (a)Experimental (b) Modelo Numérico

Figura 3.20 muestra las dos curvas de carga kN vs desplazamiento (deflexión) mm, de la viga C45W200. Siendo la Fig.3.20 (a) la obtenida experimentalmente por Shanmungan (2003) y Fig.3.20 (b), constituye la del modelo numérico. Exponiendo comportamiento muy similar, encontrado la carga última aproximadamente en ambos caso a los 26 mm del desplazamiento.

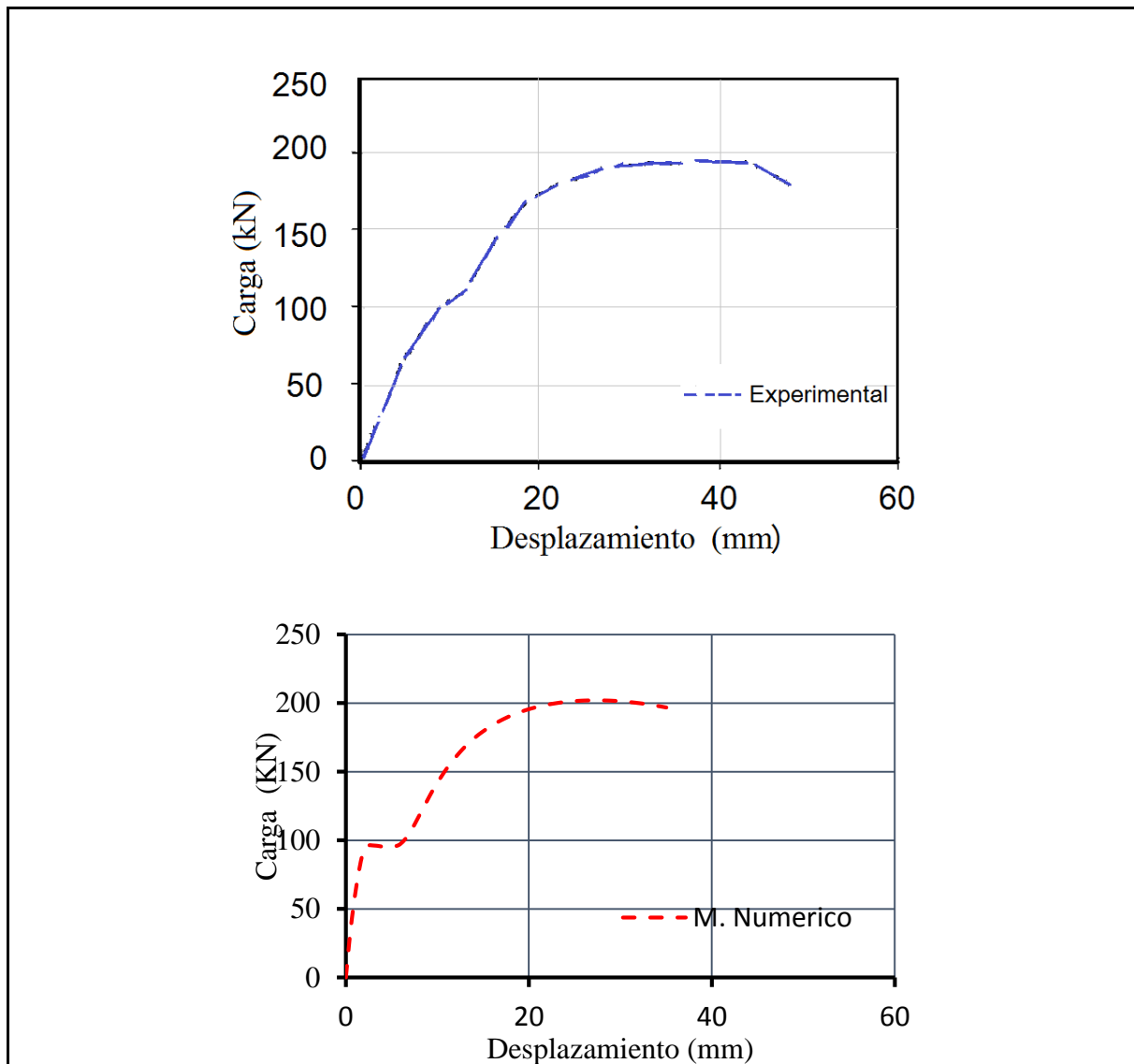


Figura. 3.20: Diagrama Carga vs Desplazamiento, viga C45W200. (a)Experimental (b) Modelo Numérico

La forma final y el modo de fallo observado en las pruebas y en las simulaciones numéricas también se comparan. La figura 3.21 muestra la forma final de muestra C45W200. Como se puede observar, la comparación mostró un buen acercamiento.

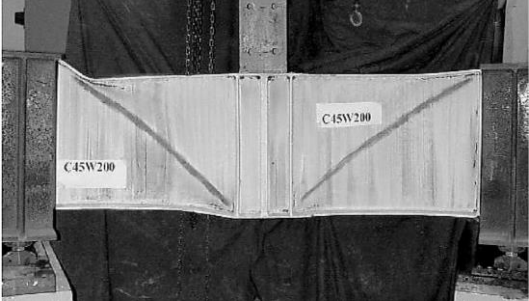
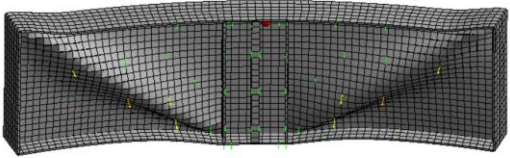
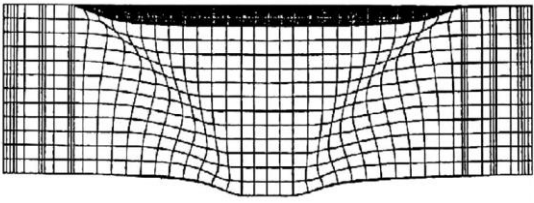
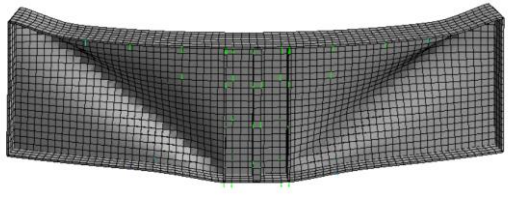
SHANMUNGAM, 2003	MODELO NUMÉRICO (Ansys)
<p>a)Campo de deformación de la viga C45W200 (vista interna del arco)</p> 	<p>a)Campo de deformación del modelo numérico de la viga C45W200 (vista interna del arco)</p> 
<p>b)Campo de deformación del modelo numérico de la C45W200 (vista externa del arco)</p> 	<p>b)Campo de deformación del modelo numérico de la C45W200 (vista externa del arco)</p> 

Figura. 3.21: Comparación de la deformada final de nuestro modelo con el ensayo y modelo realizado por Shanmungam, 2003

Sobre la base de las investigaciones se puede extraer las siguientes conclusiones:

- Como puede verse en las secciones anteriores, el modelo presenta un buen resultado de acuerdo con los resultados medidos en el programa de prueba y ensayos realizados por Chacón 2009 y Shanmungam 2003.
- Los resultados mostraron que el factor de escala de la imperfección tiene una baja influencia en la precisión de la solución (entre 1 - 3%).
- La comparación del diagrama de carga-desplazamiento mostró un buen acercamiento entre los resultados medidos y calculados.
- La imperfección aplicado en el estudio paramétrico de vigas será para todo los análisis de $(h_w/200)$ siguiendo las recomendaciones de la norma EN 1993-1-5. Utilizando el primera modo propio como una forma de imperfección.

4 Estudio paramétrico

El objetivo principal de la presente investigación es realizar un estudio paramétrico de vigas armadas con curvatura horizontal sometidas a carga concentrada, considerando diversas variables geométricas. Fundamentándose en la esbeltez del panel de alma de la viga (h_w/t_w); variando el espesor (t_w) y su altura (h_w), la relación entre la distancia entre rigidizadores transversales (a) y el radio de curvatura horizontal (R) mediante el parámetro a/R , utilizando las geometrías de vigas armadas típicas en diseño de puentes. Manteniendo en cada simulación numérica una relación constante entre el ancho de carga (S_s) y h_w igual a 0,50. Considerando solo vigas homogéneas con acero tipo S355, por lo tanto la relación de f_{yf}/f_{yw} será igual a la unidad en todos los casos.

Para analizar la influencia de la curvatura horizontal, en el fenómeno de inestabilidad por carga concentrada en vigas armadas, se comparará con el caso de vigas rectas. En otro orden de ideas, los resultados de carga última resistente de las simulaciones numéricas, se confrontarán con los predichos con la aplicación de las formulaciones descrita en normativa EN-1993-1-5, para vigas rectas.

4.1 Definición de parámetros de estudio

Esta investigación utiliza alturas típicas de alma en el diseño de puentes, abarcando las siguientes 1000, 2000 y 3000 mm, correspondientes a vigas isostáticas de 20, 40 y 60 m aproximadamente. Estas alturas tendrán espesores típicos comprendidos entre 6 y 12mm. Estas dos variables estarán relacionadas con el parámetro de esbeltez de alma h_w/t_w , enmarcadas desde secciones robustas $h_w/t_w=83,33$ hasta muy esbeltas $h_w/t_w=250$, logrando estudiar la influencia de este parámetro en la inestabilidad de las vigas sometidas a carga concentrada.

El estudio paramétrico de la distancia entre rigidizadores transversales (a) y la altura del alma de la viga (h_w), se conoce como relación de aspecto del panel del alma a/h_w , ya que es de especial relevancia para el fenómeno de inestabilidad. La separación entre rigidizadores normalmente varía a lo largo de la viga, comprendiendo relaciones de a/h_w entre 2 y 4, lo cual es de imperioso ser estudiada en esta investigación.

El ancho de aplicación de carga S_s se relaciona con la altura del alma de la viga, mediante el parámetro $S_s/h_w=0,50$ en todas las simulaciones, siendo un valor razonable para realizar esta investigación de forma proporcional.

El último parámetro escogido y de mayor relevancia, es la relación entre la distancia entre rigidizadores transversales (a) y el radio de curvatura horizontal (R), conocido como el parámetro de curvatura a/R . Utilizando radios típicos en la construcción de puentes curvos de carreteras urbanas y extra urbanas, así como radios muy pequeños para visualizar tendencia de comportamiento estructural. Los valores de a/R a estudiar son 0; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25 y 0,30.

A continuación se presenta las tablas 4.1 y 4.2, con el resumen de todas las variables incluidas en el estudio paramétrico, formaron 90 especímenes. La tabla 4.1 presenta las propiedades geométricas de las vigas armadas, separadas en 3 grupos de especímenes. La tabla 4.2 presenta siguiendo el mismo esquema anterior, de forma resumida los factores adimensionales a usar.

Tabla 4.1: Propiedades de las vigas armadas para las simulaciones numéricas

Variables de la Base de datos Numéricos	Grupo		
	1	2	3
Limite elástico del Alma f_{yw} (N/mm ²)	355	355	355
Limite elástico de Alas f_{yf} (N/mm ²)	355	355	355
h_w (mm)	1.000	2.000	3.000
	2.000	4.000	6.000
	3.000	6.000	9.000
a (mm)	4.000	8.000	12.000
	6		
	8	12	12
t_w (mm)	12		
	500	1.000	1.500
S_s (mm)	500	1.000	1.500
Dimensiones de Alas (mm)	800x60	900x80	1.000x80
Espesor de Rigidizador transversal (mm)	40	60	60
Radio de curvatura en planta R (mm)	∞	∞	∞
	160.000	160.000	240.000
	80.000	120.000	180.000
	60.000	80.000	120.000
	40.000	60.000	90.000
	30.000	53.333	80.000
	26.667	40.000	60.000
	20.000	26.667	40.000
	13.333	24.000	36.000
	10.000	20.010	30.015
Vigas Armadas por grupo	60	15	15
Número total de simulaciones numéricas		90	

Tabla 4.2: Factores adimensionales de las vigas armadas para las simulaciones numéricas

Variables de la Base de datos Numéricos	Grupo		
	1	2	3
f_y/f_{yw}	1,00	1,00	1,00
h_w (mm)	1.000	2.000	3.000
a/h_w	2	2	2
	3	3	3
	4	4	4
S_s/h_w	166,67		
	125,00	166,67	250,00
	83,33		
S_s/h_w	0,50	0,50	0,50
a/R	0,00	0,00	0,00
	0,05	0,05	0,05
	0,10	0,10	0,10
	0,15	0,15	0,15
	0,20	0,20	0,20
	0,25	0,25	0,25
	0,30	0,30	0,30

Se presenta en la figura 4.1, la nomenclatura empleada para la identificación de los especímenes, que está conformada en el grupo al que pertenece, h_w , t_w , a , R y a/R . Esto facilita la comprensión de las gráficas.

**Figura 4.1: Nomenclatura utilizada en las vigas armadas para las simulaciones numéricas**

4.2 Análisis de resultados numéricos

La carga última de vigas sometidas a cargas concentradas, se caracteriza por un mecanismo de colapso con la formación de rótulas plásticas en el ala superior y líneas de fluencia dentro del panel del alma. Se considera que el mecanismo se produce cuando se alcanza la carga de colapso, algunos autores han observado tres líneas de fluencia en el alma y cuatro rotulas plásticas dentro del ala superior (Roberts 1979, Davaine 2005), mientras que otros han propuesto mecanismos con

dos líneas de fluencia (Shimizu 1989), tres rotulas plásticas (Bergfelt 1983) y cuatro rotulas plásticas en el ala superior (Lagerqvist 1994).

El mecanismo de falla propuesto por Roberts, se puede observar en la figura 4.2. El modelo teórico se caracteriza por los siguientes parámetros:

- La longitud de fluencia en el alma ($2\beta+S_s$), ocurre dentro de la reproducción de las rotulas plásticas en el ala cargada.
- La longitud α , define la localización de las líneas de fluencia en el alma de la viga.
- La rotación de las líneas de fluencia θ .

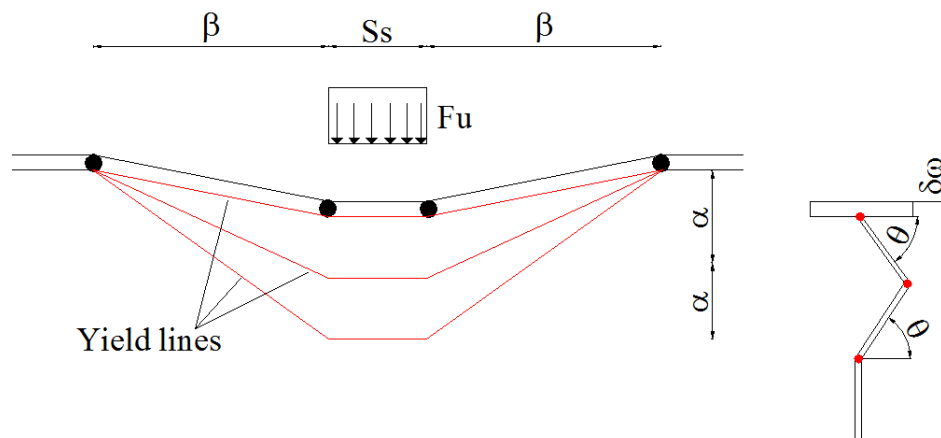


Figura 4.2: Modelo de mecanismo para predecir la carga de colapso. Chacón (2009)

(Chacón 2009) definió en función de ensayos experimentales y modelos numéricos el comportamiento de vigas armadas rectas sometidas a carga concentrada de la siguiente manera:

- Cuando la longitud efectiva de carga l_y es muy pequeña con respecto a la distancia entre los rigidizadores transversales ($l_y \ll a$), el diagrama de desplazamiento vertical vs carga concentrada presenta un comportamiento como se describe en la figura 4.3. Cuando la carga se incrementa la estructura presenta un comportamiento inicialmente lineal, inmediatamente de perder esa linealidad con un pequeño incremento de carga, la viga es incapaz de resistir más incremento de carga y en ese instante ocurre el mecanismo de colapso. la capacidad de resistir carga decrece, mientras que la deformación aumenta con un gran gradiente.

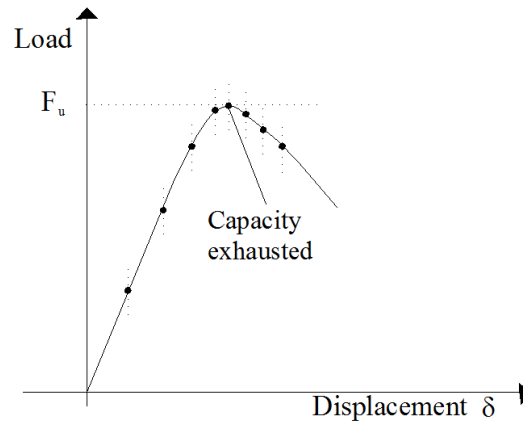


Figura 4.3: Respuesta de una viga armada sujeta a carga vertical cuando $l_y < a$. Chacón (2009)

- El otro comportamiento observado ocurre en función de cuan cercano estén las distancia entre los rigidizadores transversales, es decir cuando están muy cercanos a la longitud efectiva de carga ($l_y \approx a$) o cuando l_y es mayor a la distancia entre rigidizadores ($l_y > a$). Para este caso la normativa actual EN-1993-1-5, especifica que cuando este último caso ocurre el valor de l_y pasa a tomar un valor igual a la distancia entre rigidizadores. Este espaciamiento de rigidizadores tan cercanos le provee un incremento de resistencia al panel del alma, incrementando la carga un valor ΔF , después de una carga última aparente.
- El comportamiento de este tipo de vigas se describe en la figura 4.4. Cuando la distancia entre rigidizadores transversales es moderado ($l_y \approx a$), el comportamiento es similar al descrito en el apartado anterior, con la diferencia que al perder el comportamiento lineal y alcanzar una carga última aparente existe un incremento de carga ΔF_1 . Cuando están muy cercanos los rigidizadores ($l_y > a$), este incremento llega a ser importante hasta alcanzar un valor ΔF_2 . La normativa actual no considera este incremento de carga y puede alcanzar resultados muy conservadores.

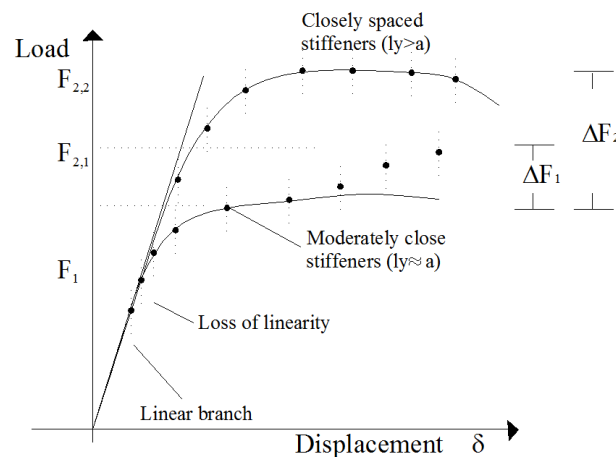


Figura 4.4: Respuesta de una viga armada sujeta a carga vertical cuando $l_y \approx a$ o $l_y > a$. Chacón (2009)

Para no recargar de información este documento y sea de fácil comprensión, solo se presentarán tres relaciones (h_w/t_w), una robusta con una relación $h_w/t_w=83,33$, una esbelta $h_w/t_w=166,67$ y una muy esbelta de $h_w/t_w=250$, con las relaciones $a/h_w=3$ y 4 , utilizando las relaciones de curvatura $a/R=0; 0,10$ y $0,20 - 0,30$. En el anejo A, se muestran todos los valores obtenidos de las simulaciones numéricas.

4.2.1 Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=83,33$ (robustas)

Para estos especímenes se consideran vigas con altura de alma $h_w=1000$ mm y espesores de alma $t_w=12$ mm. En la tabla 4.3 se muestran los valores de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas y los calculados aplicando la normativa EN-1995-1-5 y los valores teóricos de la longitud efectiva de carga (l_y). Se observa que l_y tiene un valor equivalente al 82% de la distancia entre rigidizadores, para una relación $a/h_w=2$. Lo contrario ocurre para el caso de $a/h_w=4$, l_y es el 40% de a ($l_y < a$).

Tabla 4.3: Cargas últimas de las vigas armadas $h_w/t_w=83,33$

$h_w=1000$mm; $h_w/t_w=83,33$; $S_s/h_w=0,50$							
Especímen	a/R	a/h_w	a (mm)	l_y (mm)	l_y/a	F_{Rd} EN-1993-1-5 (KN)	F_u, num (KN)
VT-1-1-12-2-inf	0	2	2.000	1.639,8	0,82	1.925,44	2.549,60
VT-1-1-12-2-40.000	0,05	2	2.000				2.498,80
VT-1-1-12-2-20.000	0,10	2	2.000				2.464,60
VT-1-1-12-2-13.333	0,15	2	2.000				2.410,00
VT-1-1-12-2-10.000	0,20	2	2.000				2.332,80
VT-1-1-12-4-inf	0	4	4.000	1.639,8	0,41	1.869,07	2.348,60
VT-1-1-12-4-80.000	0,05	4	4.000				2.259,80
VT-1-1-12-4-40.000	0,10	4	4.000				2.188,80
VT-1-1-12-4-26.667	0,15	4	4.000				2.133,00
VT-1-1-12-4-13.333	0,30	4	4.000				2.043,40

En la figura 4.5 (a) exponen los diagramas de respuesta carga concentrada vs desplazamiento vertical y la figura 4.5 (b) los diagramas de carga última vs a/R , de las diez vigas seleccionadas. Las primeras cinco representan las vigas con una relación $a/h_w=2$ (VT-1-1-12-2-variable) y las otras cinco la relación $a/h_w=4$ (VT-1-1-12-4-variable).

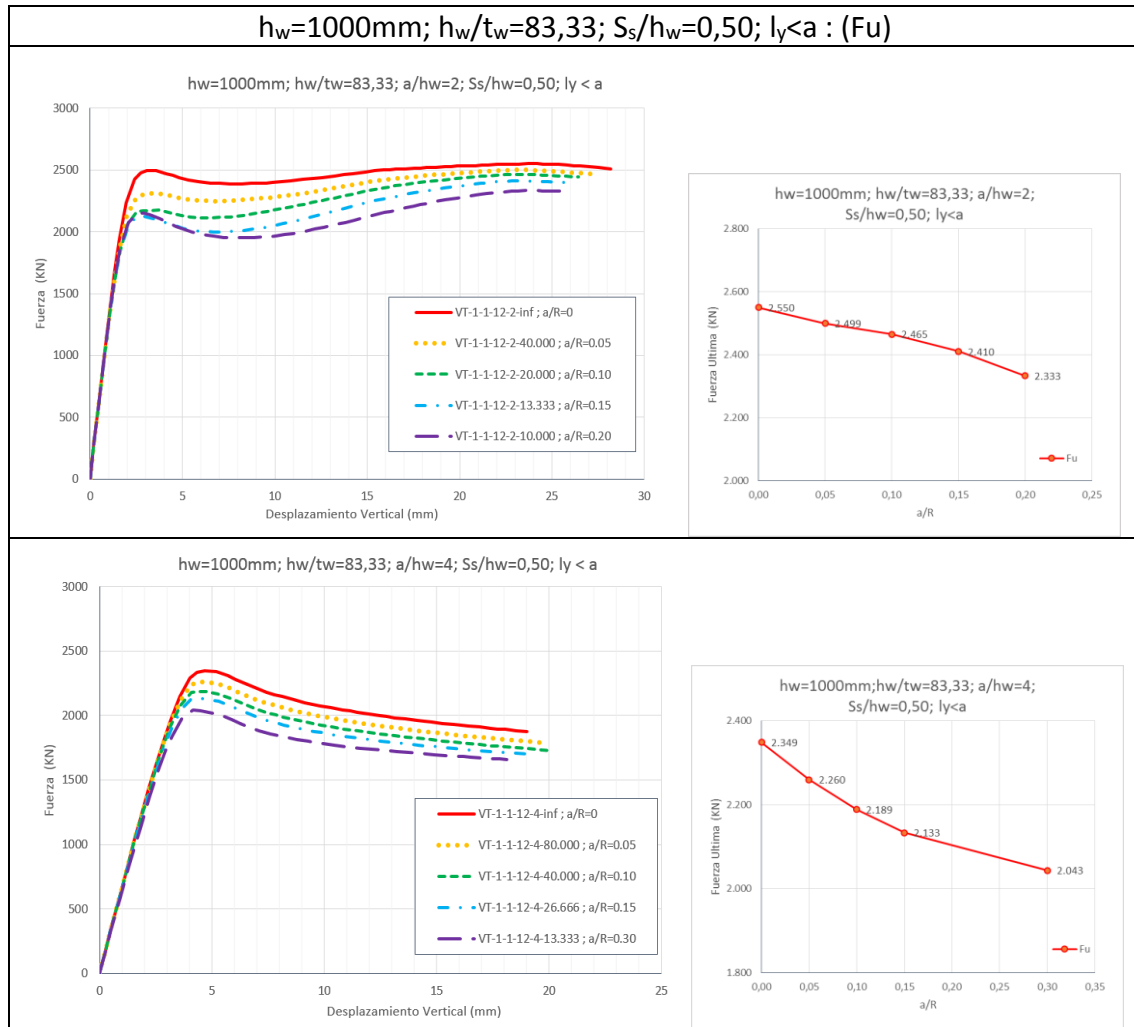


Figura 4.5: (a) Carga concentrada vs desplazamiento vertical. (b) Carga última vs a/R . Vigas con

$h_w/t_w=83,33$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

Se observa que el comportamiento estructural de las vigas son lineales aproximadamente hasta el 63% de la carga última. Los desplazamientos verticales al 63% de la carga última varían en función de la relación de aspecto del panel del alma, los desplazamientos para la relación $a/h_w=2$ son aproximadamente el 5% del desplazamiento en la carga última y para la relación $a/h_w=4$ son del 53%. Los desplazamientos correspondientes a la carga última, equivalen al 88% del desplazamiento final para $a/h_w=2$ y para $a/h_w=4$ son del 23%.

A medida que la relación a/R aumenta la carga última disminuye, comparando estas simulaciones con respecto a las vigas rectas estas decrecen un 9% para las vigas con una relación de aspecto de alma de $a/h_w=2$ y para las vigas con relación $a/h_w=4$ bajan hasta un 13%.

La pérdida de la resistencia post carga última para la relación $a/h_w=2$ es de aproximadamente del 1% hasta el desplazamiento final y para $a/h_w=4$ son del 20%.

En la figura 4.6 (a) expone los diagramas altura de alma vs desplazamiento radial $/t_w$, la figura 4.6 (b) % Carga última vs desplazamiento radial $/t_w$ y la figura 4.6 (c) las deformadas finales en las vigas. Los desplazamientos radiales del alma fueron predominantemente hacia la dirección del interior (hacia el centro de curvatura). A medida que la carga concentrada aumenta, los efectos de estabilidad asociados con la compresión del panel de alma de la viga con su interacción con las alas desarrollaron gradualmente una onda de forma dominante. Esta onda dominante se evidencia en las figuras (a) y (b), para las secciones transversales ubicada en la mitad de las vigas. Los desplazamientos radiales finales no presentan mucha variación entre los diferentes radios de curvatura.

Para el instante de la carga última los desplazamientos radiales más grandes son de aproximadamente de $6t_w$ a $0,75h_w$ para las vigas con relación $a/h_w = 2$ y para las vigas con relación $a/h_w = 4$ son de $1,5t_w$ a $0,5h_w$. Los desplazamientos radiales finales de los paneles de alma con relación $a/h_w = 2$ son aproximadamente $6,5t_w$ y con la relación $a/h_w = 4$ son de $5,5t_w$, para ambos casos a una altura de $0,75h_w$. Las vigas con relación $a/h_w = 2$ tienen una longitud de distribución de carga (l_y) muy cercana a la distancia entre los rigidizadores transversales, aportando estos resistencia después de la primera caída de carga. Cuando las vigas alcanzan la carga última los paneles del alma tienen un gran desplazamiento radial previo y solo tienen la capacidad de aumentar el desplazamiento radial $0,5t_w$.

En la figura (b) las vigas tienen un comportamiento estructural no lineal suave hasta alcanzar la carga. Las vigas con relación $a/h_w = 2$ tienen grandes desplazamientos radiales con aumento de resistencia a partir del 90% de la carga última y con $a/h_w = 4$ las presentan cuando alcanzan la carga última con caída de resistencia de carga

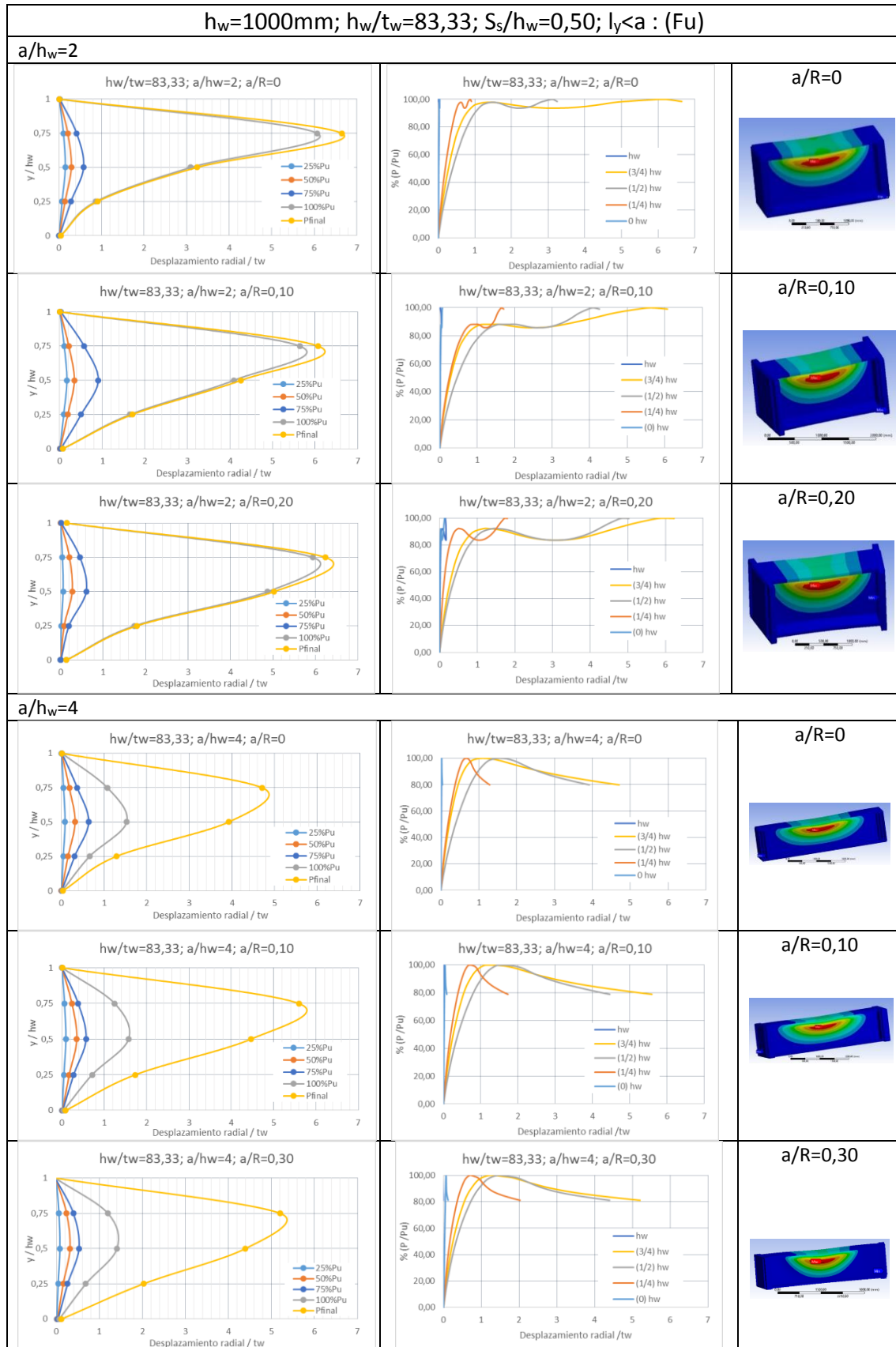


Figura 4.6: (a) Altura de alma vs desplazamiento radial / t_w . (b) % Carga última vs desplazamiento radial / t_w . (c) Deformadas. Vigas con $h_w/t_w=83,33$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La tabla 4.4 muestra los valores de carga crítica numérica y los de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas y aplicando la normativa EN-1995-1-5. Se presenta adicionalmente la diferencia entre las carga última y crítica numéricas en porcentaje. Las vigas con relación $a/R=0$ presentan el mayor acercamiento entre ellas, aproximadamente un 7%. A medida que las relaciones a/R aumentan, las cargas críticas aumentan y las cargas últimas disminuyen. Por consiguiente el porcentaje de diferencia entre estas dos cargas aumentan y para la mayor relación a/R en estudio alcanzan valores del 70%.

Tabla 4.4: Cargas críticas de vigas armadas $h_w/t_w=83,33$

hw=1000mm; hw/tw=83,33; Ss/hw=0,50							
Espécimen	a/R	a/hw	a (mm)	F_{cr} EN-1993-1-5 (KN)	F_{cr}, num (KN)	F_u, num (KN)	%(F_{cr}-F_u)/ F_u
VT-1-1-12-2-inf	0	2	2.000	2.122,85	2.654,20	2.549,60	4,10
VT-1-1-12-2-40.000	0,05	2	2.000		2.761,30	2.498,80	10,51
VT-1-1-12-2-20.000	0,10	2	2.000		3.092,40	2.464,60	25,47
VT-1-1-12-2-13.333	0,15	2	2.000		3.552,70	2.410,00	47,41
VT-1-1-12-2-10.000	0,20	2	2.000		4.028,70	2.332,80	72,70
VT-1-1-12-4-inf	0	4	4.000	2.000,38	2.551,00	2.348,60	8,62
VT-1-1-12-4-80.000	0,05	4	4.000		2.581,80	2.259,80	14,25
VT-1-1-12-4-40.000	0,10	4	4.000		2.675,40	2.188,80	22,23
VT-1-1-12-4-26.667	0,15	4	4.000		2.817,50	2.133,00	32,09
VT-1-1-12-4-13.333	0,30	4	4.000		3.374,70	2.043,40	65,15

En la Figura 4.7 se muestran las tensiones von mises en el instante de la carga última. Se presentan la vista delantera y posterior de las vigas rectas. Para las vigas con curvatura horizontal, se muestra la vista interna y externa al radio. Se exhibe adicionalmente la vista de planta del ala superior y un isométrico de media viga. En todas las imágenes se muestra una escala de colores en función de las tensiones existentes. Las áreas rojas indican que las tensiones son iguales a $f_y = 355$ MPa.

Para las vigas con $a/h_w=2$ muestran un área importante del alma con tensiones iguales a la tensión de fluencia f_y . En el ala superior cargada se observa tensiones von mises iguales a f_y en sus extremos y en el área central.

Por otra parte, en las vigas con relación $a/h_w=4$ presenta claramente dos líneas de fluencia en el panel del alma, la primera de ellas se encuentra ligeramente por debajo de la unión del ala superior cargada y el alma de la viga, la segunda línea se forma a una cierta distancia de la anterior línea mencionada; por debajo de la carga concentrada. Las tensiones von mises en el ala superior no supera la tensión de fluencia.

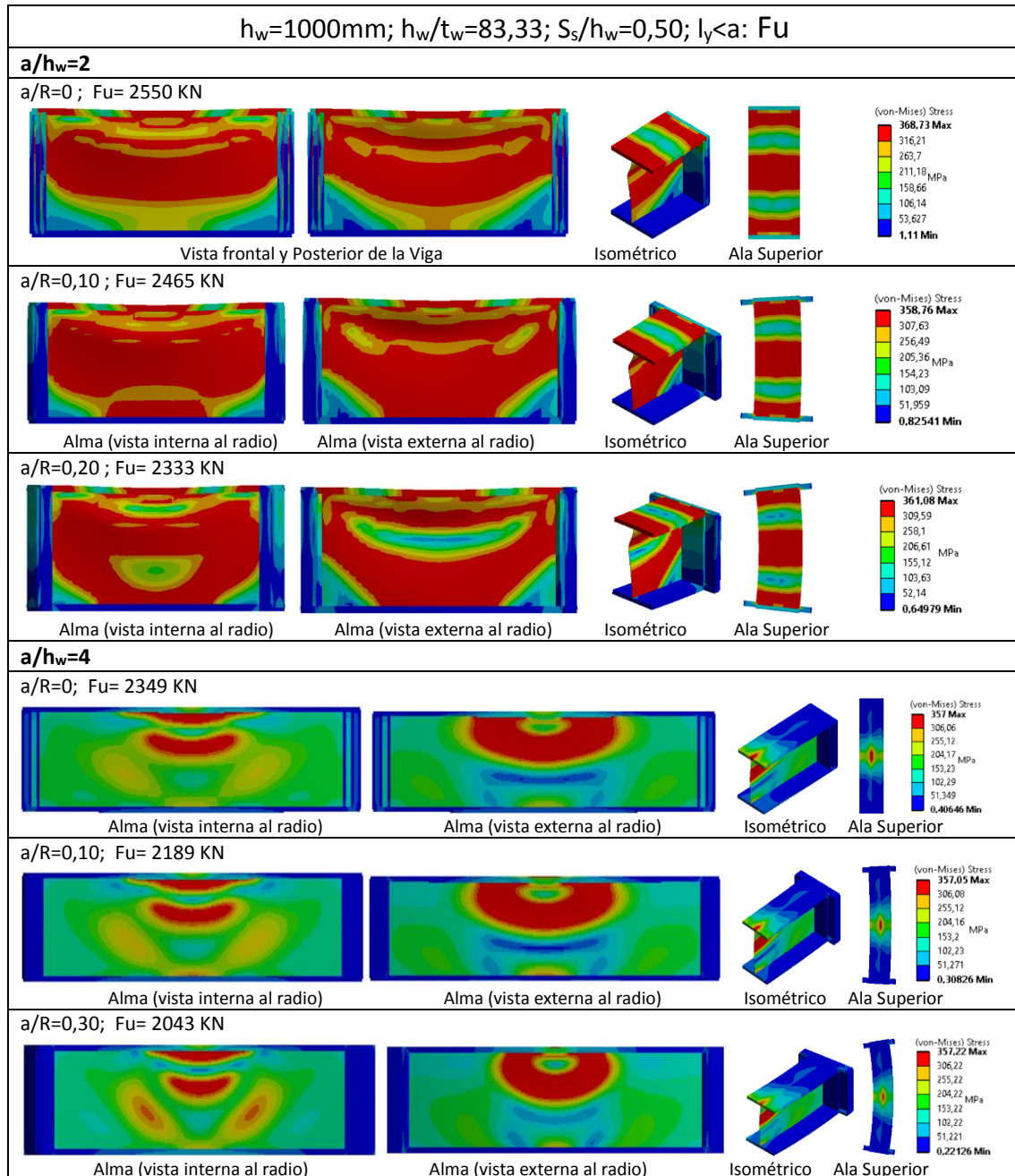


Figura 4.7: Tensiones von mises en la carga última para vigas con $h_w/t_w=83,33$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La figura 4.8 exhibe gráficamente el porcentaje de carga última (% F/F_u) vs las tensiones máximas normalizadas de von mises (VMS/f_y) para cada instante de carga en los paneles de alma, ala y rigidizador. Estas graficas nos permiten determinar las tensiones máximas en los paneles para cada porcentaje de carga última. Las tensiones en los paneles del alma tienen un valor igual a f_y para una carga de aproximadamente 65-70% la carga última.

Las vigas con $a/h_w=2$, las tensiones en los paneles del ala superior alcanzaron el valor de f_y para el 90% de la carga última, donde simultáneamente las tensiones en los rigidizadores transversal se incrementaron rápidamente cuatro veces hasta alcanzar la carga última.

Las vigas con relación $a/h_w=4$, las tensiones en los paneles del ala superior en las vigas rectas alcanzaron el valor de fluencia para el 90% de la carga última y para las vigas con mayor curvatura alcanzan las tensiones de fluencia para la carga última. Las vigas rectas alcanzan las tensiones de fluencia más rápido que las curvadas. Las tensiones en los rigidizadores tienen un comportamiento lineal y de baja magnitud en todo momento.

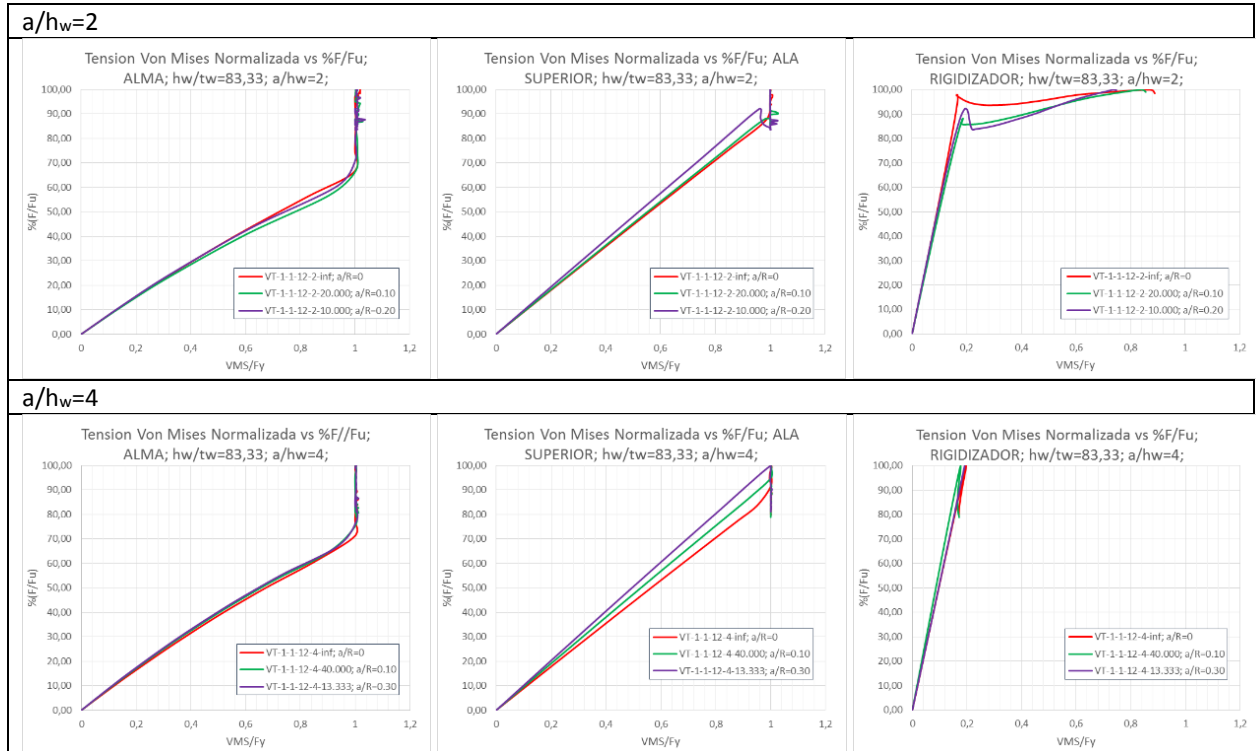


Figura 4.8: % Carga última (F/F_u) vs tensiones von mises normalizado (VM/f_y) en los paneles de ala superior, alma y rigidizador para vigas con $h_w/t_w=83,33$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

En la figura 4.9 se muestran las deformaciones plásticas en las vigas en su estado final, para las diferentes relaciones de a/h_w y a/R . Se exponen la mitad de las vigas con sus vistas laterales y de planta (ala superior cargada). La máxima deformación unitaria elástica para nuestro acero S355 es $\epsilon_y = 355/210.000 = 0,00169$ mm/mm, para valores mayores a este estamos en plastificación. En las gráficas el color azul oscuro indica que estamos en el rango elástico ya con un color azul claro estamos en plastificación. Solo se alcanzó la plastificación en los paneles del alma en todos los casos.

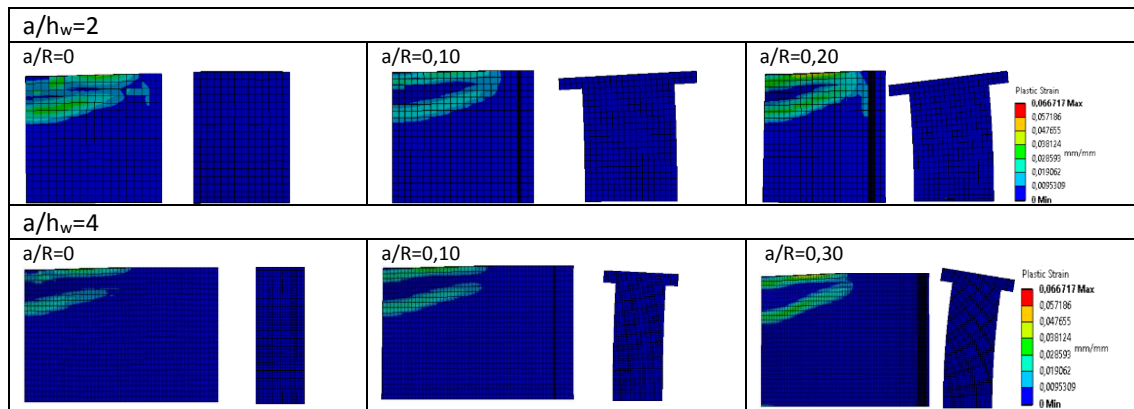


Figura 4.9: Deformaciones plásticas equivalentes en el estado final para vigas con $h_w/t_w=83,33$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$ (vista lateral del panel del alma y vista superior del panel de ala cargada)

4.2.2 Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=166,67$ (esbeltas)

Para estos especímenes se consideran vigas con altura de alma $h_w=2000$ mm y espesores de alma $t_w=12$ mm. En la tabla 4.5 se muestran los valores de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas, los calculados aplicando la normativa EN-1995-1-5 y los valores teóricos de la longitud efectiva de carga (l_y). Se observa que l_y tiene un valor equivalente al 66% de la distancia entre rigidizadores, para $a/h_w=2$ ($l_y < a$) y para el caso de $a/h_w=4$ es el 33% de a ($l_y < a$).

Tabla 4.5: Cargas últimas para las vigas armadas $h_w/t_w=166,67$

hw=2000mm; hw/tw=166,67; Ss/hw=0,50							
Especímen	a/R	a/hw	a (mm)	l_y (mm)	l_y/a	F_{Rd} EN-1993-1-5 (KN)	F_u , num (KN)
VT-2-2-12-4-inf	0	2	4.000	2.656,7	0,66	1.732,96	2.789,00
VT-2-2-12-4-80.000	0,05	2	4.000				2.505,20
VT-2-2-12-4-40.000	0,10	2	4.000				2.469,40
VT-2-2-12-4-26.667	0,15	2	4.000				2.431,20
VT-2-2-12-4-20.000	0,20	2	4.000				2.342,20
VT-2-2-12-8-inf	0	4	8.000	2.656,7	0,33	1.682,22	2.550,20
VT-2-2-12-8-160.000	0,05	4	8.000				2.316,80
VT-2-2-12-8-80.000	0,10	4	8.000				2.120,40
VT-2-2-12-8-53.333	0,15	4	8.000				1.983,28
VT-2-2-12-8-26.667	0,30	4	8.000				1.833,28

En la figura 4.10 (a) exponen los diagramas de respuesta carga concentrada vs desplazamiento vertical y la figura 4.10 (b) los diagramas de carga última vs a/R , de las diez vigas seleccionadas. Las primeras cinco representan las vigas con una relación $a/h_w=2$ (VT-2-2-12-4-variable) y las otras cinco la relación $a/h_w=4$ (VT-2-2-12-8-variable).

Se observa que el comportamiento estructural de las vigas son lineales aproximadamente hasta el 44% de la carga última. Los desplazamientos verticales al 44% de la carga última varían en función de la relación de aspecto del panel del alma. Los desplazamientos para la relación $a/h_w=2$ son aproximadamente el 15% del desplazamiento en la carga última para las dos primeras relaciones de a/R (0 y 0,05) y del 2% el resto de relaciones de a/R , y por otra parte las vigas con relación $a/h_w=4$ son del 19%.

Los desplazamientos correspondientes al instante de la carga última varían en función de a/h_w . Para $a/h_w=2$ equivalen al 9% del desplazamiento final para las dos primeras relaciones de a/R (0; 0,05) y del 85% para las otras relaciones de a/R . Las vigas con $a/h_w=4$ el desplazamiento es del 17% del final.

A medida que la relación a/R aumenta la carga última disminuye, comparando estas simulaciones con respecto a las vigas rectas estas decrecen un 16% para las vigas con una relación de aspecto de alma de $a/h_w=2$ y para las vigas con relación $a/h_w=4$ bajan hasta un 28%.

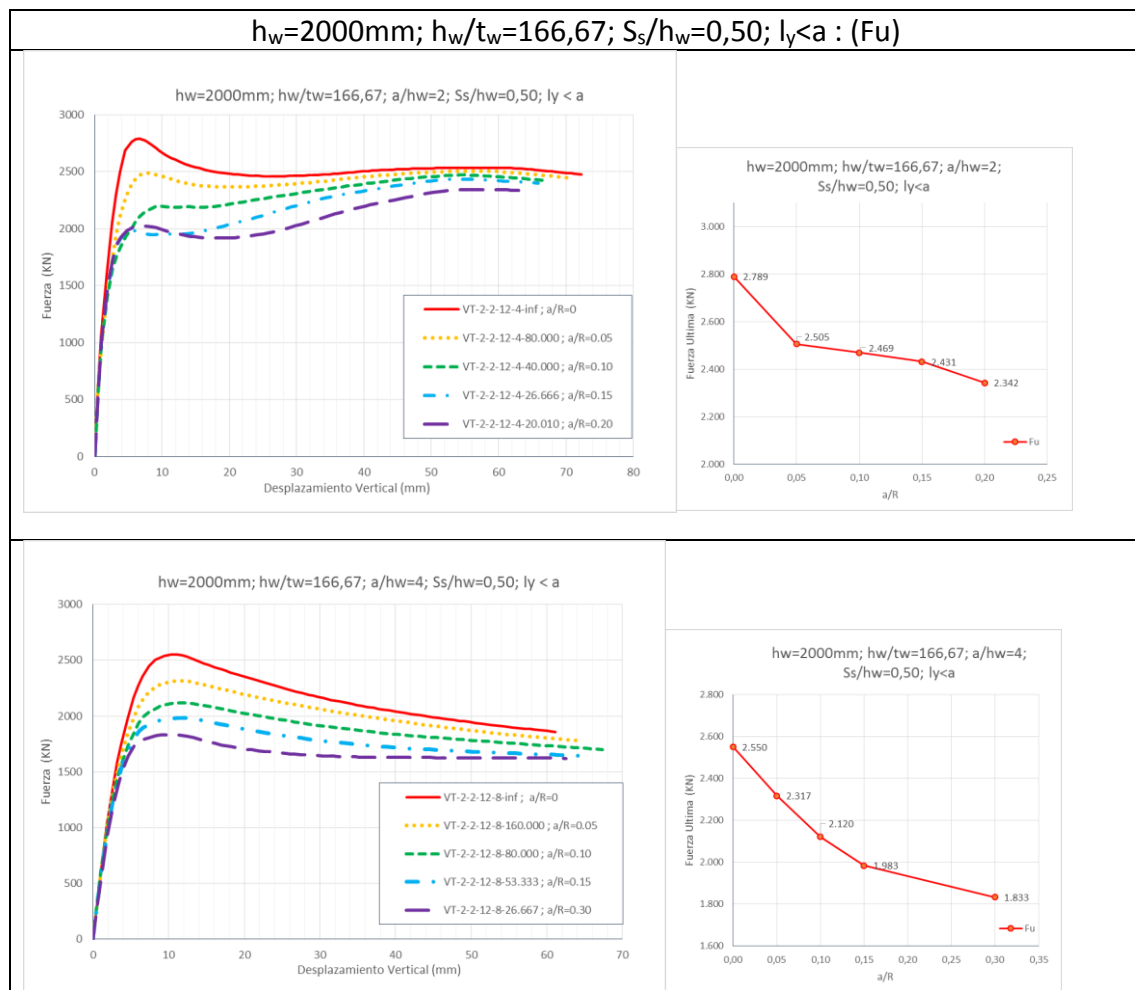


Figura 4.10: (a) Carga concentrada vs desplazamiento vertical. (b) Carga última vs a/R . Vigas con $h_w/t_w=166,67$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La pérdida de la resistencia post carga última depende de la relación a/h_w . Para las vigas con $a/h_w=2$ son del orden del 12% para $a/R=0; 0,05$ y del 0,80% para el resto de relaciones a/R , para las vigas con $a/h_w=4$ las pérdidas carga son del 20%.

En la figura 4.11(a) expone los diagramas altura de alma vs desplazamiento radial $/t_w$, la figura 4.11 (b) % Carga última vs desplazamiento radial $/t_w$ y la figura 4.11 (c) las deformadas finales en las vigas. Los desplazamientos radiales del alma fueron predominantemente hacia el centro de curvatura, con forma tipo onda. Esta onda dominante se evidencia en las figuras (a) y (b), para las secciones transversales ubicada en la mitad de las vigas. Los desplazamientos radiales finales para la relación $a/h_w=2$ no presentan mucha variación entre los diferentes radios de curvatura, para la relación $a/h_w=4$ el desplazamiento radial máximo aumenta a medida que a/R aumenta.

Los desplazamientos radiales máximos para el instante de carga última varían en función de las relaciones de aspecto a/h_w . Con relación $a/h_w=2$ son de aproximadamente de $3,5t_w$ en las primeras relaciones de a/R (0 y 0,05) y de $13,5t_w$ con el resto de a/R . Las vigas con relación $a/h_w=4$ los desplazamientos radiales son de $6t_w$.

Los desplazamientos radiales finales en los paneles de alma aumentan cuando a/R aumenta. Las vigas con relación $a/h_w=2$ los desplazamientos radiales finales son de aproximadamente $15t_w$ y para la relación $a/h_w=4$ son de $13t_w$.

En la figura (b) las vigas tienen un comportamiento estructural no linealidad más pronunciada que en los caso de vigas robustas hasta alcanzar la carga ultima. Las vigas con relación $a/h_w=2$ tienen grandes desplazamientos radiales con aumento de resistencia a partir del 80% de la carga última y con $a/h_w=4$ las presentan cuando alcanzan la carga última con caída de resistencia de carga.

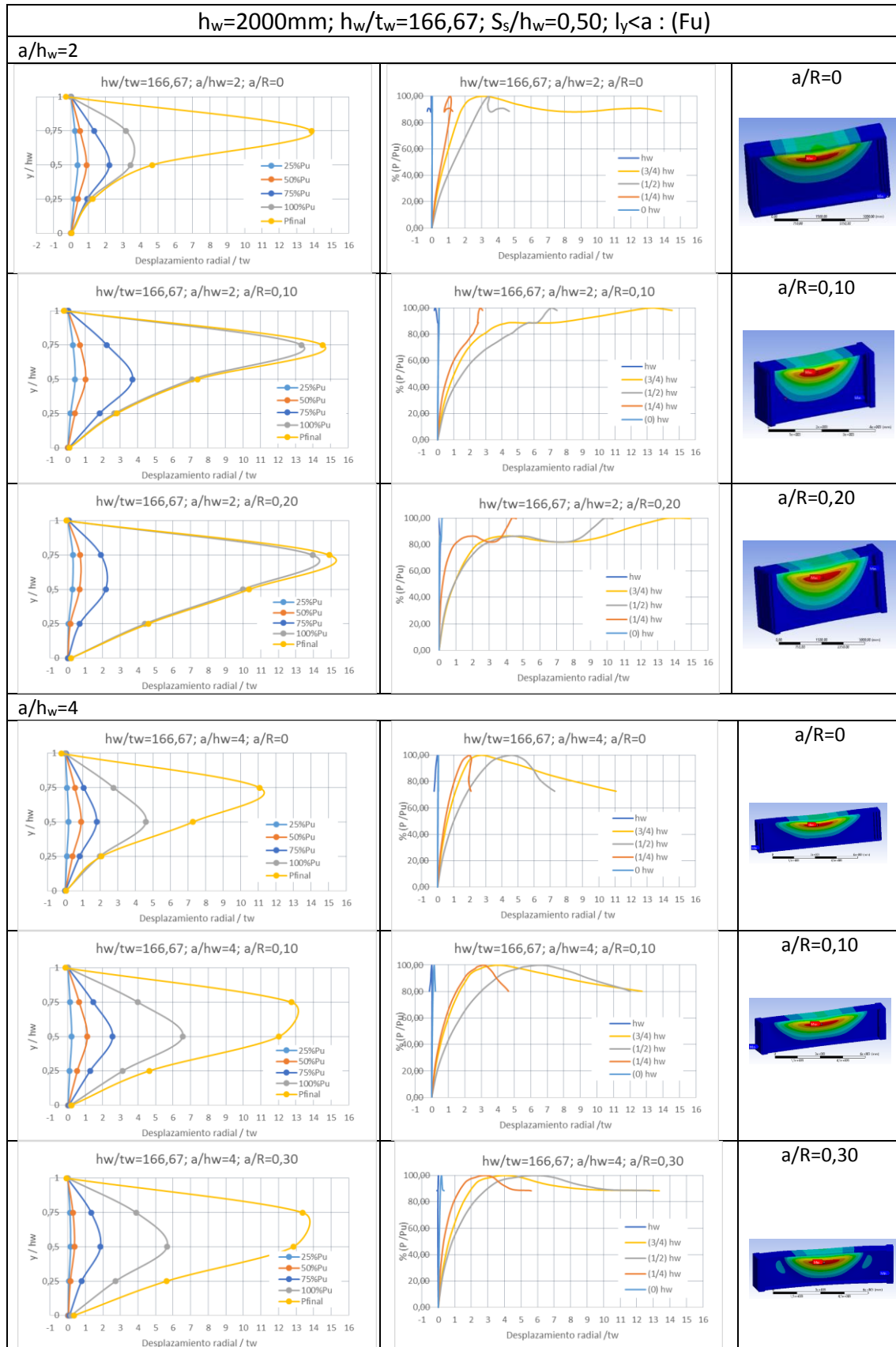


Figura 4.11: (a) Altura de alma vs desplazamiento radial / t_w . (b) % Carga última vs desplazamiento radial / t_w . (c) Deformadas. Vigas con $h_w/t_w=166,67$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La tabla 4.6 muestra los valores de carga crítica numérica y los de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas y aplicando la normativa EN-1995-1-5. Se presenta adicionalmente la diferencia entre las carga última y crítica numéricas en porcentaje. Las vigas con relación $a/R=0$ presentan una diferencia entre ellas de aproximadamente un 52%. A medida que las relaciones a/R aumentan, las cargas críticas aumentan y las cargas últimas disminuyen. Por consiguiente el porcentaje de diferencia entre estas dos cargas disminuyen y para la mayor relación a/R en estudio alcanzan valores de aproximadamente 10%.

Tabla 4.6: Cargas críticas de vigas armadas $h_w/t_w=166,67$

$h_w=2000\text{mm}; h_w/t_w=166,67; S_s/h_w=0,50$							
Espécimen	a/R	a/h_w	a (mm)	F_{cr} EN-1993-1-5 (KN)	$F_{cr, num}$ (KN)	F_u, num (KN)	$\%(F_{cr}-F_u)/F_u$
VT-2-2-12-4-inf	0	2	4.000	1.061,42	1.283,90	2.789,00	-53,97
VT-2-2-12-4-80.000	0,05	2	4.000		1.483,60	2.505,20	-40,78
VT-2-2-12-4-40.000	0,10	2	4.000		1.894,00	2.469,40	-23,30
VT-2-2-12-4-26.667	0,15	2	4.000		2.252,50	2.431,20	-7,35
VT-2-2-12-4-20.000	0,20	2	4.000		2.591,90	2.342,20	10,66
VT-2-2-12-8-inf	0	4	8.000	1.000,19	1.260,50	2.550,20	-50,57
VT-2-2-12-8-160.000	0,05	4	8.000		1.315,40	2.316,80	-43,22
VT-2-2-12-8-80.000	0,10	4	8.000		1.454,80	2.120,40	-31,39
VT-2-2-12-8-53.333	0,15	4	8.000		1.630,70	1.983,28	-17,78
VT-2-2-12-8-26.667	0,30	4	8.000		2.165,90	1.833,28	18,14

En la Figura 4.12 se muestran las tensiones von mises en el instante de la carga última. Se presentan la vista delantera y posterior de las vigas rectas. Para las vigas con curvatura horizontal, se muestra la vista interna y externa al radio. Se exhibe adicionalmente la vista de planta del ala superior y un isométrico de media viga. En todas las imágenes se muestra una escala de colores en función de las tensiones existentes. Las áreas rojas indican que las tensiones son iguales a $f_y=355$ MPa.

Las tensiones máximas en el panel del alma para las vigas con relación $a/h_w=2$ varían en función de la relación a/R . Para valores de $a/R=0$ y 0,10 presentan alrededor de un 40% del área del alma con tensiones iguales a f_y . Las viga con relación $a/R=0,20$ sus tensiones máximas en el alma se ubican en líneas de fluencia muy diferentes a la propuestas por Roberts 1979 debido a los efectos de torsión.

Las tensiones máximas en el ala superior para las vigas con relación $a/h_w=2$, varían también en función de la curvatura horizontal de la viga. Con relaciones $a/R=0,10$ y 0,20 presentan tensiones von mises iguales a f_y en sus extremos y en el área central. En la viga recta no existen tensiones que alcancen la fluencia.

Por otra parte las vigas con relación $a/h_w=4$ las tensiones máximas en el panel del alma, se ubican claramente con dos líneas de fluencia, la primera de ellas se encuentra ligeramente por debajo de la unión del ala superior cargada y el alma de la viga. La segunda línea se forma a una cierta distancia de la anterior línea de fluencia, por debajo de la carga concentrada. Se observa que las tensiones se concentran en el área central a medida que disminuye el radio. Las tensiones von mises en las alas superiores en ningún caso supera la tensión de fluencia f_y .

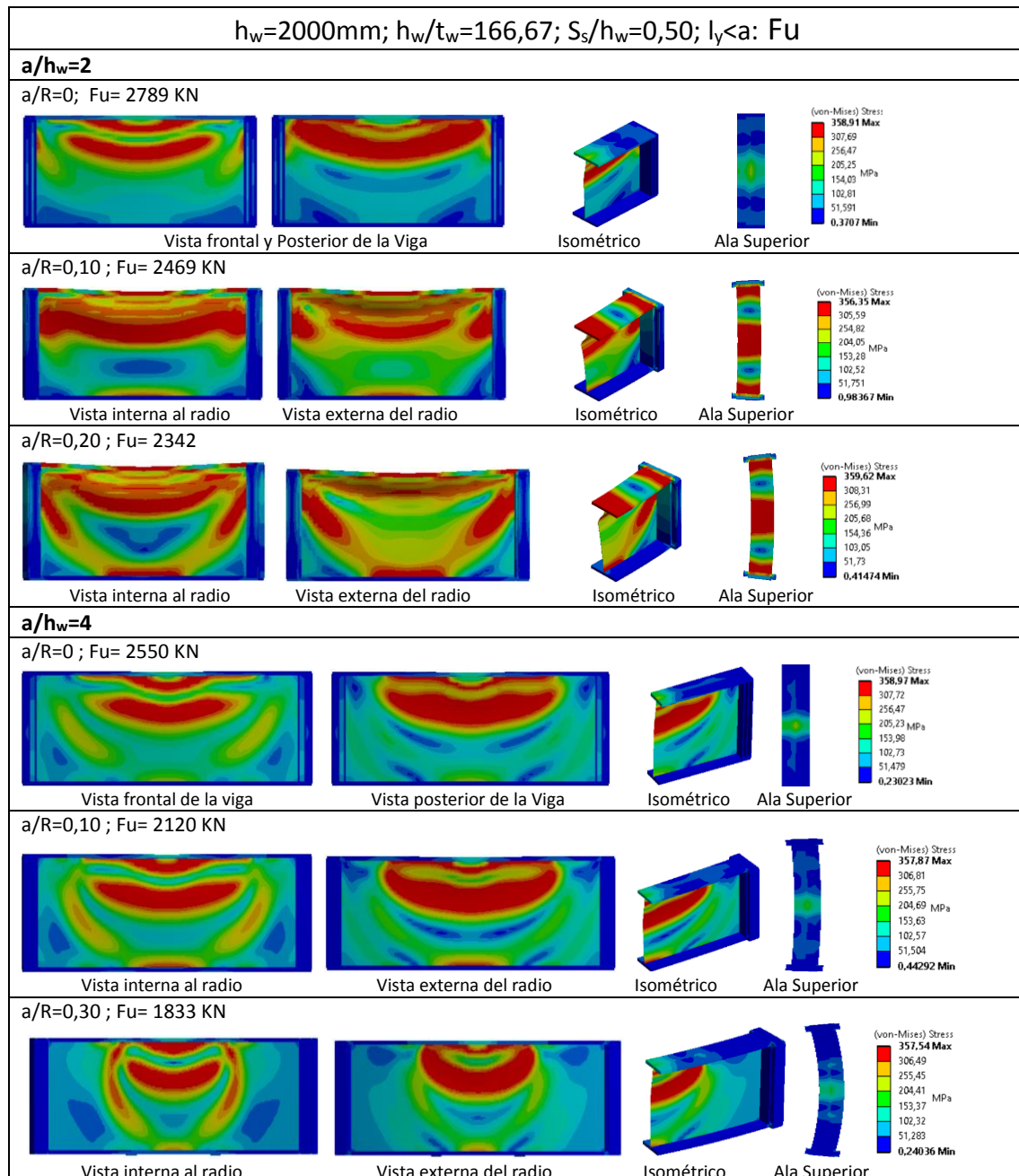


Figura 4.12: Tensiones Von Mises en la carga última para vigas con $h_w/t_w=166,67$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La figura 4.13 exhibe gráficamente el porcentaje de carga última ($\%F/F_u$) vs las tensiones máximas normalizadas de von mises (VMS/f_y) para cada instante de carga en los paneles de alma, ala y

rigidizador. Estas graficas nos permiten determinar las tensiones máximas en los paneles para cada porcentaje de carga última. Las tensiones en los paneles del alma tienen un valor igual a f_y para una carga de aproximadamente 70-75% la carga última.

Las vigas con $a/h_w=2$, las tensiones en los paneles del ala superior alcanzaron el valor de f_y para el 90% de la carga última, donde simultáneamente las tensiones en los rigidizadores transversal se incrementaron rápidamente siete veces hasta alcanzar la carga última. Para las vigas rectas presentaron el mismo comportamiento para el 100% de la carga última.

Las vigas con relación $a/h_w=4$, las tensiones en los paneles del ala superior presentan un incremento considerable de tensiones cuando se alcanzan la carga última. Para la relación $a/R=0$ las tensiones en los paneles del ala son del orden del 70% del esfuerzo de fluencia para el instante de la carga última y para la relación $a/R=0,30$ son del 50%. Cuando la carga última desciende las vigas rectas alcanzan las tensiones de fluencia antes que la de mayor curvatura. Las tensiones en los rigidizadores tienen un comportamiento lineal y de baja magnitud en todo momento.

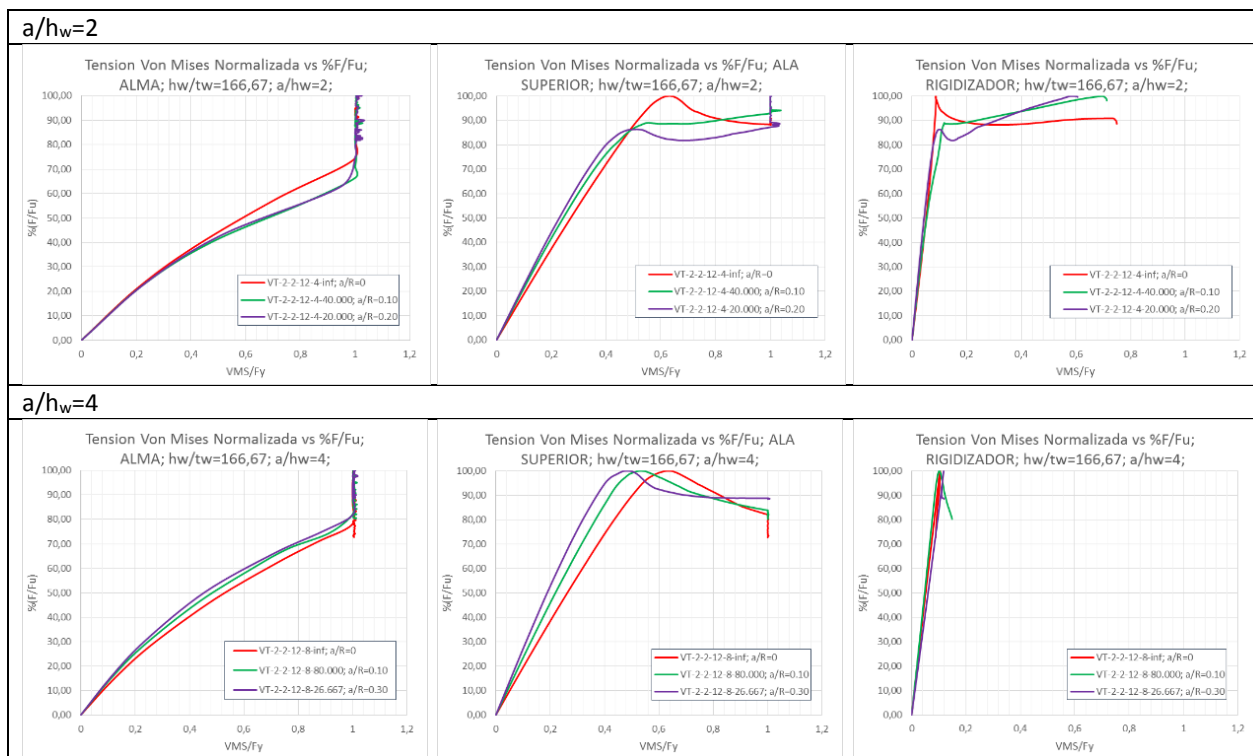


Figura 4.13: % Carga última (F/F_u) vs tensiones von mises normalizado (VM/f_y) en los paneles de ala superior, alma y rigidizador transversal para vigas con $h_w/t_w=166,67$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

En la figura 4.14 se muestran las deformaciones unitarias en las vigas en su estado final. Solo se alcanza la plastificación en los paneles del alma en todos los casos. Se muestran claramente en los

paneles del alma las dos líneas de fluencia descritas en el mecanismo de falla propuesto por Roberts en 1979 sin plastificación de las alas.

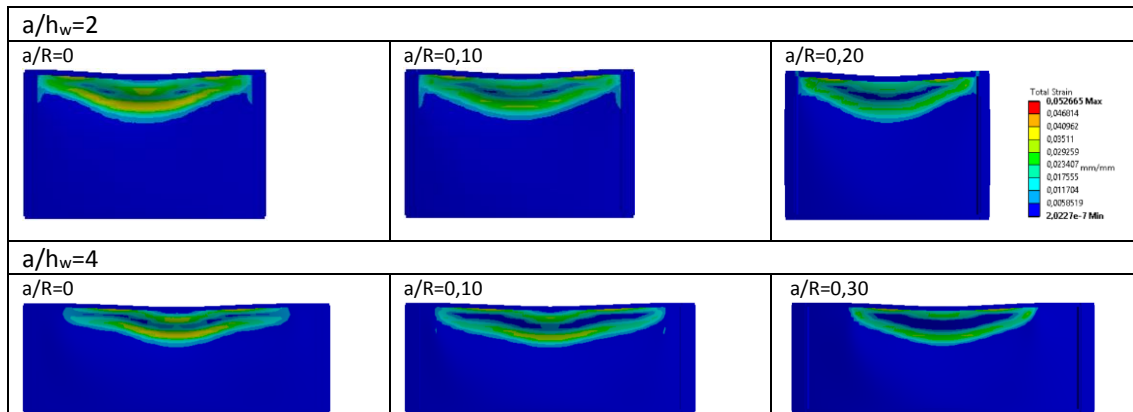


Figura 4.14: Deformaciones unitarias en el estado final para vigas con $h_w/t_w=166,67$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$ (vista lateral de la viga)

4.2.3 Vigas armadas con relación de esbeltez de alma $h_w/t_w=250$ (muy esbeltas)

Para estos especímenes se consideran vigas con altura de alma $h_w=3000$ mm y espesores de alma $t_w=12$ mm. En la tabla 4.7 se muestran los valores de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas y los calculados aplicando la normativa EN-1995-1-5 y los valores teóricos de la longitud efectiva de carga (l_y). Se observa para todas las relaciones a/h_w la longitud de distribución de carga l_y es menor a la distancia entre rigidizadores ($l_y < a$).

Tabla 4.7: Cargas últimas para las vigas armadas $h_w/t_w=250$

hw=3000mm; hw/tw=250; Ss/hw=0,50							
Especímen	a/R	a/hw	a (mm)	ly (mm)	ly/a	F _{Rd} EN-1993-1-5 (KN)	F _u , num (KN)
VT-3-3-12-6-inf	0	2	6.000	3.349,2	0,56	1.588,70	2.830,80
VT-3-3-12-6-120.000	0,05	2	6.000				2.474,60
VT-3-3-12-6-60.000	0,10	2	6.000				2.120,20
VT-3-3-12-6-40.000	0,15	2	6.000				1.935,62
VT-3-3-12-6-30.000	0,20	2	6.000				1.828,70
VT-3-3-12-12-inf	0	4	12.000	3.349,2	0,28	1.542,20	2.477,60
VT-3-3-12-12-240.000	0,05	4	12.000				2.180,00
VT-3-3-12-12-120.000	0,10	4	12.000				1.895,12
VT-3-3-12-12-80.000	0,15	4	12.000				1.682,84
VT-3-3-12-12-40.000	0,30	4	12.000				1.498,44

En la figura 4.15 (a) exponen los diagramas de respuesta carga concentrada vs desplazamiento vertical y la figura 4.15 (b) los diagramas de carga última vs a/R , de las diez vigas seleccionadas. Las primeras cinco representan las vigas con una relación $a/h_w=2$ (VT-3-3-12-6-variable) y las otras cinco la relación $a/h_w=4$ (VT-3-3-12-12-variable).

Se observa que el comportamiento estructural de las vigas son lineales aproximadamente hasta el 35% de la carga última. Los desplazamientos verticales al 35% de la carga última para todas las vigas son del orden del 5% de los desplazamientos en las cargas últimas.

Los desplazamientos correspondientes a las cargas últimas varían en función de las relaciones a/R y a/h_w . Las vigas con relaciones $a/h_w=2$ y $a/R=0$ los desplazamientos en las cargas últimas son el 14% de los desplazamientos finales, para las relación $a/R=0,10$ son el 33% y para $a/R=0,20$ los desplazamientos finales coinciden con el último. Las vigas con relaciones $a/h_w=4$ y $a/R=0$ los desplazamientos en las cargas últimas son el 23% de los desplazamientos finales, para las relación $a/R=0,10$ son el 34% y para $a/R=0,30$ son 39% de los desplazamientos finales.

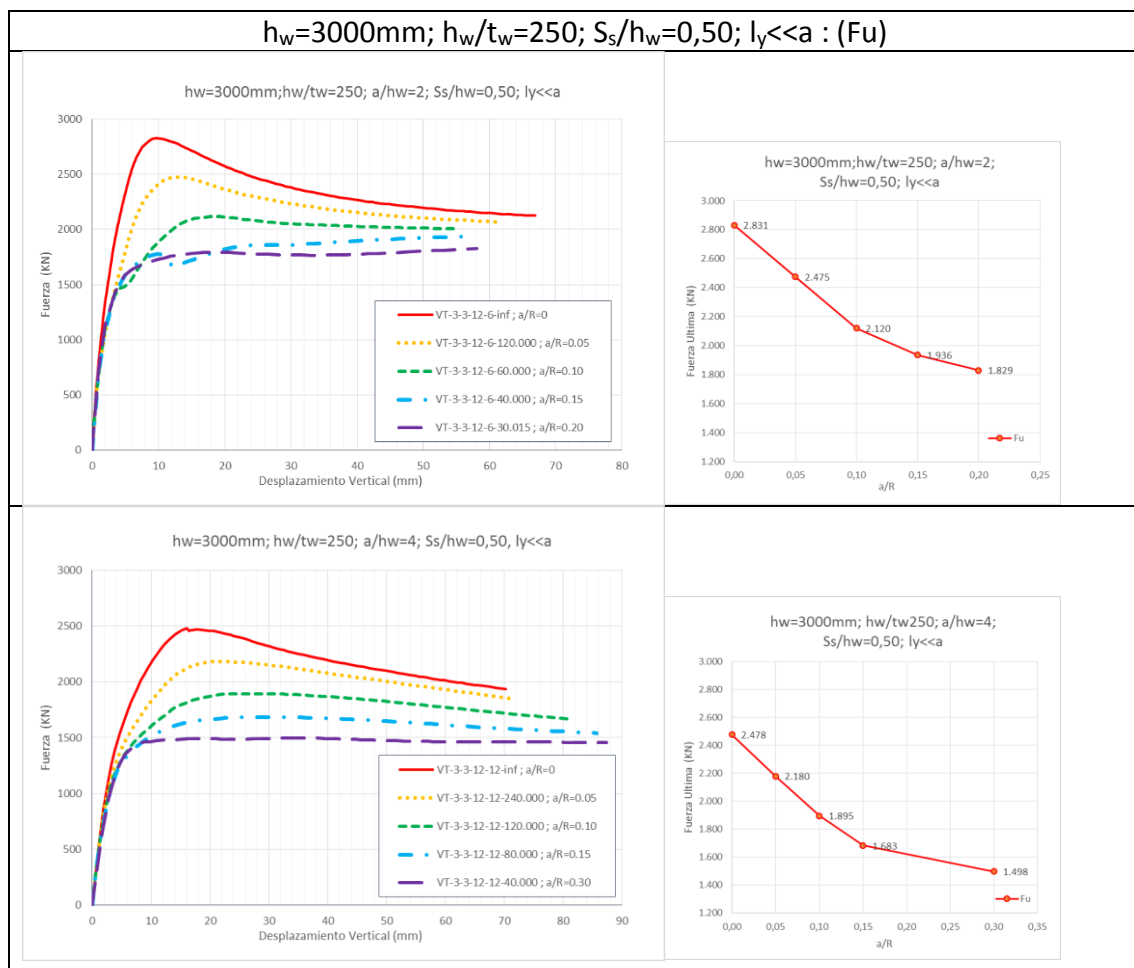


Figura 4.15: (a) Carga concentrada vs desplazamiento vertical. (b) Carga última vs a/R . Vigas con $h_w/t_w=250$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La pérdida de la resistencia a carga última concentrada con el aumento de los desplazamientos verticales en el rango de respuesta post carga última, para las vigas de relación $a/h_w=2$ van disminuyendo a medida que a/R aumenta, para la relación $a/R=0$ la resistencia baja un 25% y para las vigas con relación $a/R=0,20$ no existen caídas de carga ya que coinciden con la final. Las vigas

con relación $a/h_w=4$ y $a/r=0$ se pierde un 22% de la carga última y para las vigas con relación $a/R=0,30$ un 3%.

A medida que la relación a/R aumenta, la carga última disminuye. Comparando los resultados de carga última entre las vigas con mayor curvatura en planta con respecto a las vigas rectas, estas decrecen un 35% para las vigas con una relación de aspecto de alma de $a/h_w=2$ y para las vigas con relación $a/h_w=4$ bajan hasta un 40%.

En la figura 4.16 (a) expone los diagramas altura de alma vs desplazamiento radial $/t_w$, la figura 4.16 (b) % Carga última vs desplazamiento radial $/t_w$ y la figura 4.16 (c) las deformadas finales en las vigas. Los desplazamientos radiales del alma fueron predominantemente hacia la dirección del interior (hacia el centro de curvatura). Las vigas rectas presentan desplazamiento negativos en la parte superior del alma.

Los desplazamientos radiales máximos para la carga última aumentan a medida que a/R aumenta. Las vigas con relación $a/h_w=2$ presenta para la viga recta un desplazamiento en la carga última de $5t_w$ y para la relación $a/R=0,20$ un valor de $18,5t_w$. Las vigas con relación $a/h_w=4$ los desplazamientos radiales máximos en la carga última para la viga recta es de $8,5t_w$ y para la relación $a/R=0,30$ es de $15t_w$.

Los desplazamientos radiales máximos finales aumentan a medida que a/R aumenta. Las vigas con relación $a/h_w=2$ presenta para la viga recta un desplazamiento final de $14t_w$ y para la relación $a/R=0,20$ un valor de $18,5t_w$. Las vigas con relación $a/h_w=4$ los desplazamientos radiales finales máximos para la viga recta es de $10,5t_w$ y para la relación $a/R=0,30$ es de $22t_w$.

Las vigas presentan un desplazamiento radial lineal hasta el 25% de la carga última, para el 50% de la carga última los desplazamientos ya no son proporcionales a la carga.

Las curvas de desplazamiento radial vs carga presentan un comportamiento no linealidad más pronunciada que en los caso de vigas esbeltas. Las vigas tienen grandes desplazamientos radiales a partir del 40% de la carga última y después de alcanzar la carga tienen grandes desplazamientos radiales con pérdida de resistencia. La pendiente de pérdida de resistencia después de alcanzar la carga última disminuye a medida que a/R aumenta.

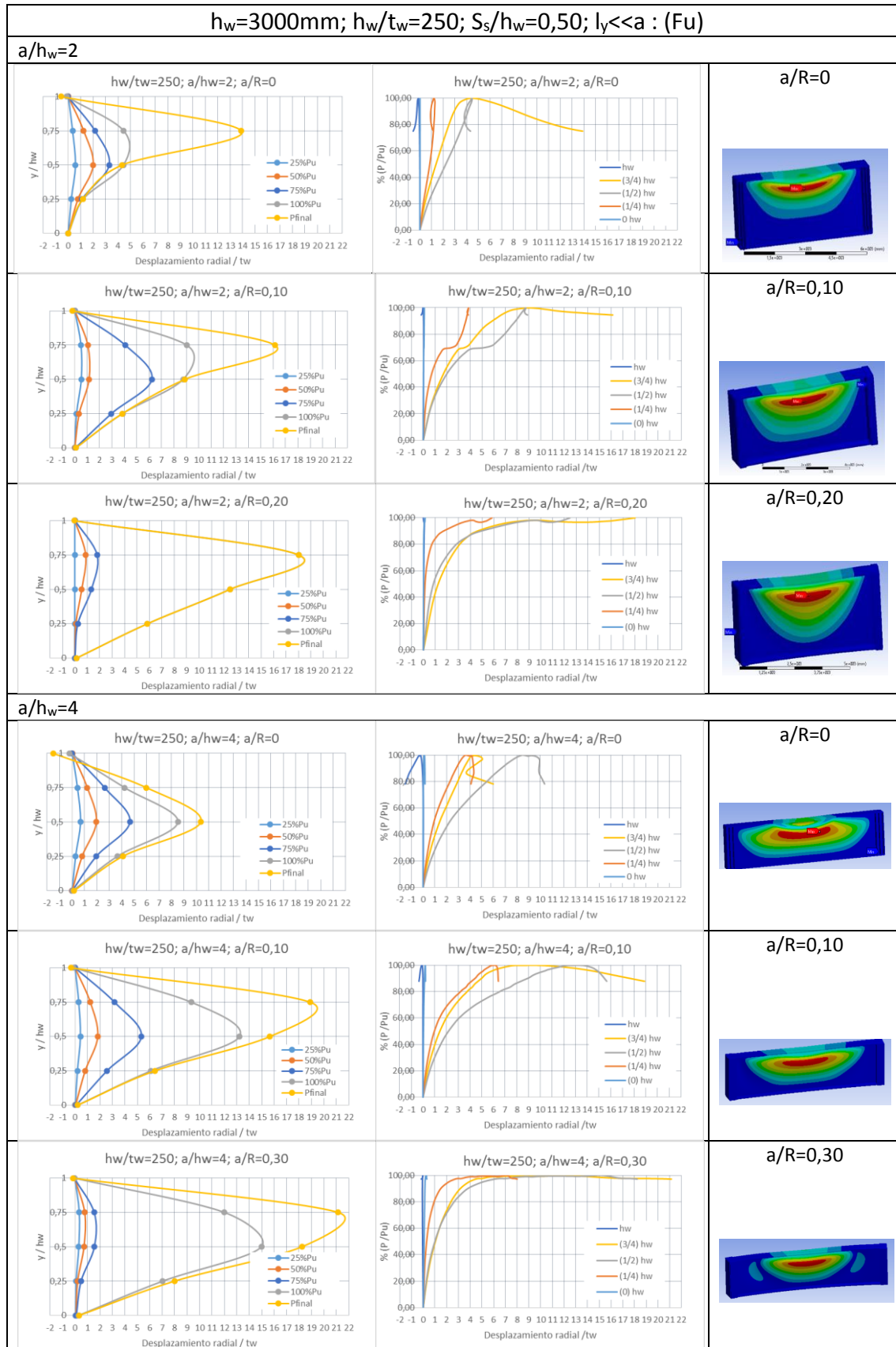


Figura 4.16: (a) Altura de alma vs desplazamiento radial $/t_w$. (b) % Carga última vs desplazamiento radial $/t_w$. (c) Deformadas. Vigas con $h_w/t_w=250$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La tabla 4.8 muestra los valores de carga crítica numérica y los de carga última obtenidos de las simulaciones numéricas y aplicando la normativa EN-1995-1-5. Se presenta adicionalmente la diferencia entre las carga última y crítica numéricas en porcentaje. Las vigas con relación $a/R=0$ presentan la mayor diferencia entre ellas y en todas las simulaciones de aproximadamente un 68%. A medida que las relaciones a/R aumentan, las cargas críticas aumentan y las cargas últimas disminuyen. Por consiguiente el porcentaje de diferencia entre estas dos cargas disminuyen y para la relación $a/R = 0,20$ alcanzan valores de aproximadamente 15%.

Tabla 4.8: Cargas críticas de vigas armadas $h_w/t_w=250$

hw=3000mm; hw/tw=250; Ss/hw=0,50							
Espécimen	a/R	a/hw	a (mm)	F_{cr} EN-1993-1-5 (KN)	F_{cr, num} (KN)	F_{u, num} (KN)	%(F_{cr}-F_u)/ F_u
VT-3-3-12-6-inf	0	2	6.000	707,62	848,72	2.830,80	-70,02
VT-3-3-12-6-120.000	0,05	2	6.000		1.094,40	2.474,60	-55,77
VT-3-3-12-6-60.000	0,10	2	6.000		1.446,30	2.120,20	-31,78
VT-3-3-12-6-40.000	0,15	2	6.000		1.768,40	1.935,62	-8,64
VT-3-3-12-6-30.000	0,20	2	6.000		2.107,90	1.828,70	15,27
VT-3-3-12-12-inf	0	4	12.000	666,79	829,38	2.477,60	-66,52
VT-3-3-12-12-240.00	0,05	4	12.000		900,13	2.180,00	-58,71
VT-3-3-12-12-120.00	0,10	4	12.000		1.056,00	1.895,12	-44,28
VT-3-3-12-12-80.000	0,15	4	12.000		1.223,40	1.682,84	-27,30
VT-3-3-12-12-40.000	0,30	4	12.000		1.729,40	1.498,44	15,41

En la Figura 4.17 se muestran las tensiones von mises en el instante de la carga última. Se presentan la vista delantera y posterior de las vigas rectas. Para las vigas con curvatura horizontal, se muestra la vista interna y externa al radio. Se exhibe adicionalmente un isométrico de toda la viga. En todas las imágenes se muestra una escala de colores en función de las tensiones existentes. Las áreas rojas indican que las tensiones son iguales a $f_y = 355$ MPa.

En el instante que se alcanzan la carga última, las alas superiores de las vigas no presentan tensiones von mises iguales a las tensiones de fluencia. Las tensiones en los paneles del alma presentan claramente las líneas de fluencias propuestas por Roberts 1979. Cuando aumenta la relación a/R aparecen otras tensiones que alcanzan la fluencia distribuidas en las adyacencias de las últimas líneas de fluencia descrita para vigas rectas.

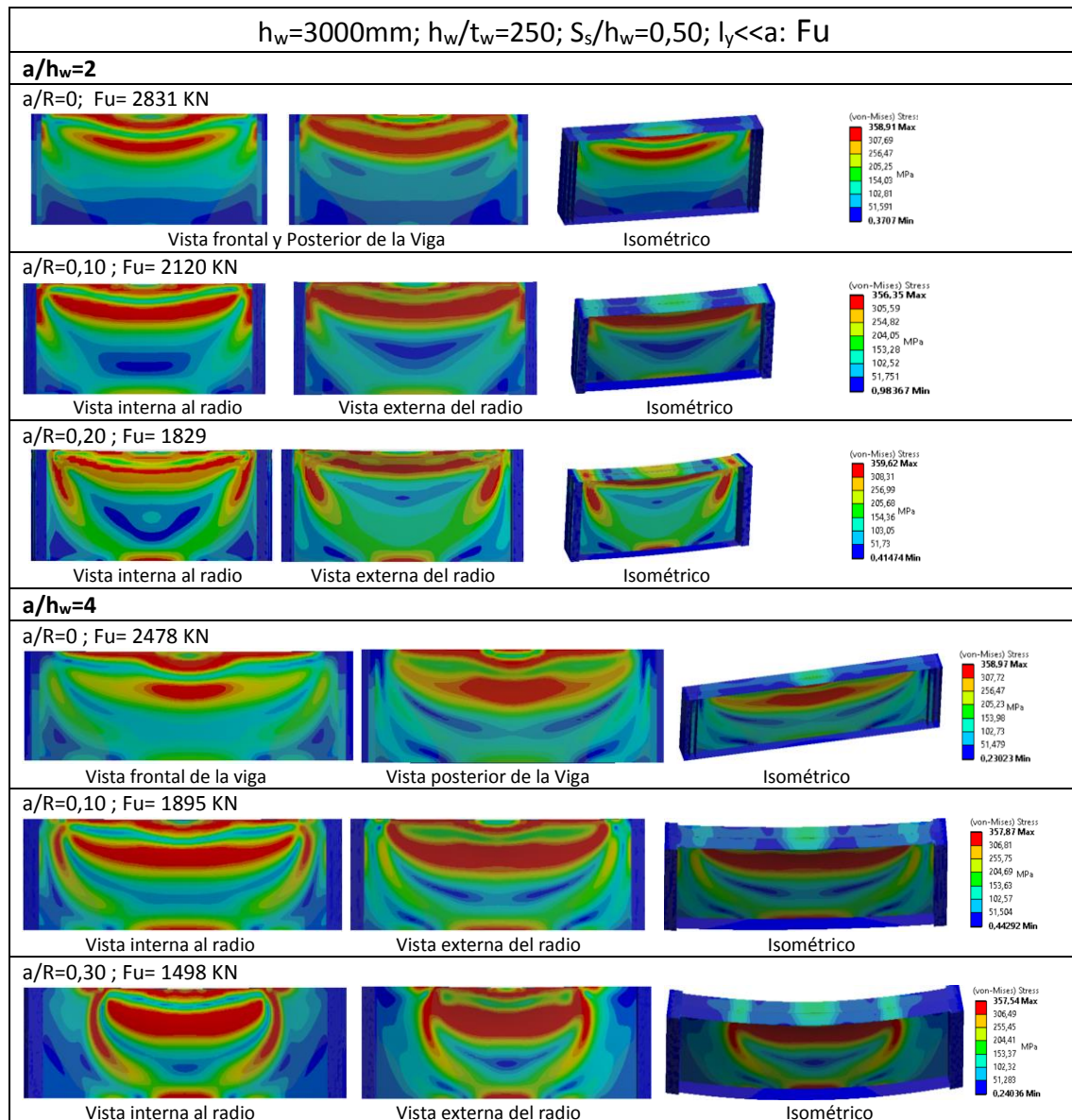


Figura 4.17: Tensiones Von Mises en la carga última para vigas con $h_w/t_w=250$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

La figura 4.18 exhibe gráficamente el porcentaje de carga última ($\%F/F_u$) vs las tensiones máximas normalizadas de von mises (VMS/f_y) para cada instante de carga en los paneles de alma y ala superior. Estas graficas nos permiten determinar las tensiones máximas en los paneles para cada porcentaje de carga última. Las tensiones en los paneles del alma tienen un valor igual a f_y para una carga de aproximadamente 70-80% la carga última.

Los paneles de las alas superiores las tensiones von mises alcanzan los valor de fluencia para el estado de carga final en los casos de $a/R=0$. A medida que la relación de a/R aumenta las tensiones en el ala son menores antes de llegar a la carga última.

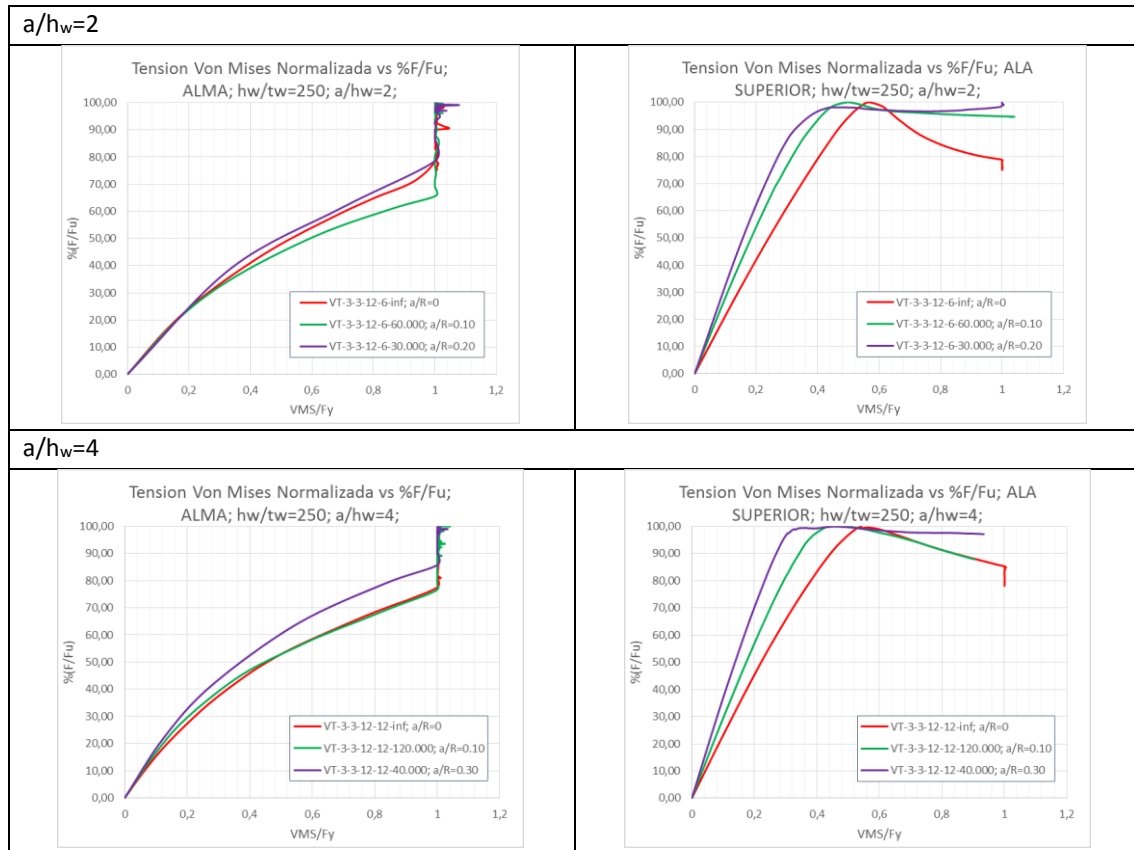


Figura 4.18: % Carga última (F/F_u) vs tensiones von mises normalizado (VM/f_y) en los paneles de alma y ala superior para vigas con $h_w/t_w=250$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$

En la figura 4.19 se muestran las deformaciones unitarias en las vigas en su estado final. Solo se alcanza la plastificación en los paneles del alma en todos los casos. Se muestran claramente en los paneles del alma las dos líneas de fluencia sin plastificación de las alas, para el caso de $a/h_w=4$ y $a/R=0$ se produjeron tres líneas de fluencia en el alma debido a que la deformada final toma una forma tipo ola.

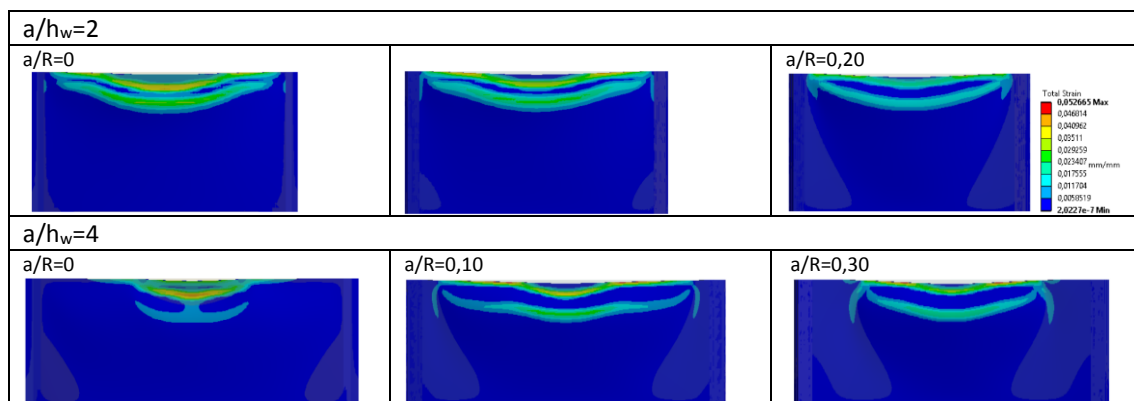


Figura 4.19: Deformaciones unitarias en el estado final para vigas con $h_w/t_w=250$; $a/h_w=2$ y $a/h_w=4$ (vista lateral de la viga)

4.3 Resultados numéricos vs. EN-1993-1-5

La norma EN1993-1-5 proporciona al ingeniero estructural las bases y formulaciones necesarias para el diseño de elementos de plancha estructural. Se considera muy importante comparar los resultados numéricos obtenidos para los diferentes radios de curvatura horizontal con los que se obtienen teóricamente aplicando la normativa de diseño actual para vigas rectas. Las formulaciones de la normativa EN1993-1-5 se basan en cuatro parámetros principales:

- Una carga crítica elástica (F_{cr}).
- Una resistencia plástica (F_y).
- La esbeltez $\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}}$.
- La función de resistencia $\chi_F = f(\bar{\lambda}_F)$.

Los resultados obtenidos aplicando la normativa EN1993-1-5, se consideró un factor parcial $\gamma_{M1} = 1,0$, para la comparación con los resultados de las simulaciones.

En primer lugar, las capacidades de carga última se comparan en la figura 4.20 con la representación gráfica de la relación $F_{u, num}/F_{u, EN1993-1-5}$ frente a la esbeltez. Una primera conclusión se puede sacar de esta gráfica, la normativa EN1993-1-5 se encuentra del lado seguro para la mayoría de las simulaciones realizadas, no se encuentran del lado seguro solo dos puntos que poseen la mayor esbeltez. La normativa esta considerablemente conservador para algunos casos, en particular, algunos puntos pertenecientes al grupo 1. Estos puntos coinciden con las vigas antes mencionadas que presentan rigidizadores transversales muy próximas entre sí. La subestimación de la capacidad de carga máxima es de hasta 3 veces el valor numérico.

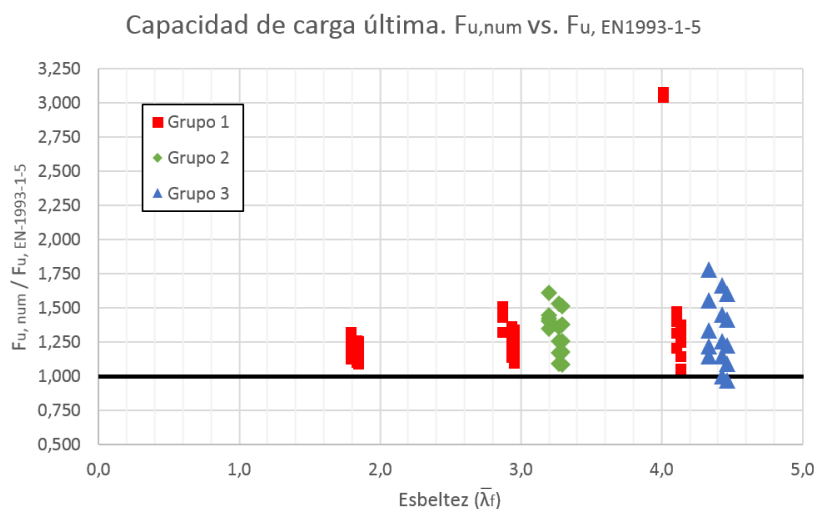


Figura 4.20: $F_{u, num}/F_{u, EN1993-1-5}$

Una gráfica similar se muestra en la figura 4.21 (a). La grafica está en función de relación a/h_w . En la gráfica se observa claramente la tendencia, al aumentar la relación a/h_w las subestimación de las cargas últimas disminuyen. Algunos puntos del grupo 1 son muy conservadores para $a/h_w=2$, debido a que $l_y > a$. Existen unos puntos que no cumplen por tener la condición más desfavorable $a/h_w=4$. Por último, una gráfica similar se desarrolla en función de la esbeltez del alma, figura 4.21 (b). Se puede observar que la subestimación de la capacidad de carga final para los puntos correspondientes a grupo 1 varía de una esbeltez del alma a otro. Los puntos que no cumplen poseen la mayor esbeltez en el alma ($h_w/t_w=250$).

Del mismo modo, se observa una cierta tendencia al aumento de la sobreestimación cuando h_w/t_w es aumentado. Tenga en cuenta que el grupo 1, presenta tres valores diferentes de esbeltez en alma. Si cada uno de los puntos de las matrices de puntos que coinciden se compara, el correspondiente a los especímenes más esbeltos conduce a una mayor subestimación de la capacidad última de carga.

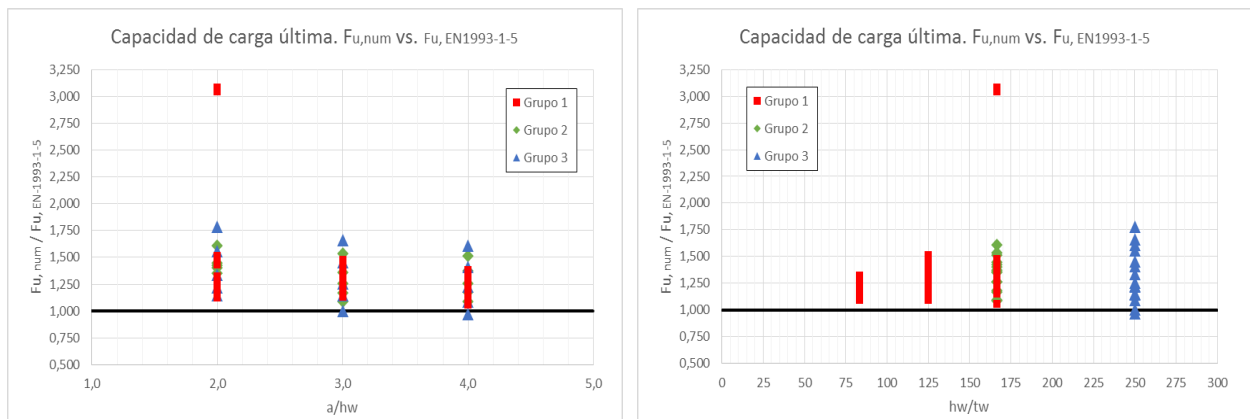


Figura 4.21: $F_{u, num}/F_{u, EN1993-1-5}$ vs.

(a) relación a/h_w . (b) Esbeltez de alma h_w/t_w

De manera similar se presenta en la figura 4.22 en función de relación a/R . En la gráfica se observa claramente la tendencia, al aumentar la relación a/R las subestimación de las cargas últimas disminuyen. Algunos puntos del grupo 1 son muy conservadores, a pesar que disminuyen a medida que a/R aumenta, debido que $l_y \approx a$. Existen unos puntos que no cumplen por tener curvaturas en planta más desfavorable $a/R > 0.20$.

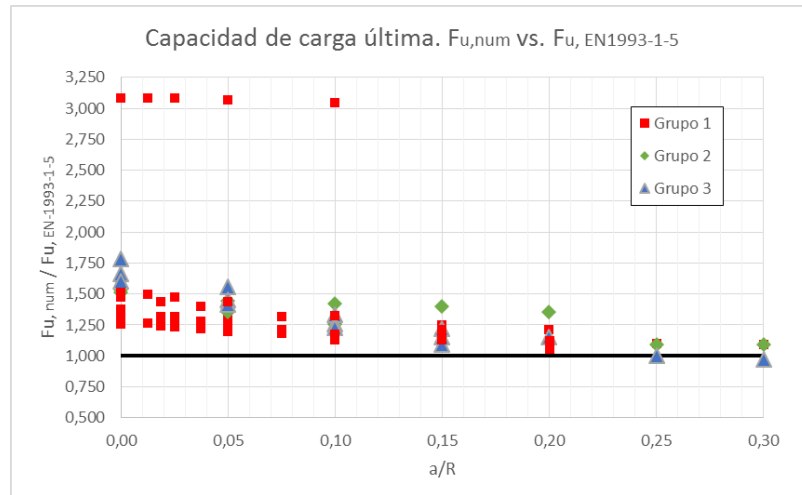


Figura 4.22: $F_{u, num}/F_{u, EN1993-1-5}$ vs. a/R

A continuación se representa gráficamente la curva de resistencia ($\chi_F = 0,5/\bar{\lambda}_F \leq 1$) en la figura 4.23; descrita en la normativa EN1993-1-5. Se incluyen en la gráfica un total de 90 pares numéricos de la forma $(F_{u,num}/F_y; \bar{\lambda}_F)$ para la comparación de los valores teóricos con los numéricos. F_y es la resistencia plástica predicha teóricamente.

La gran mayoría de los puntos se encuentra por encima de la resistencia teórica descrita en la norma EN1993-1-5. Los especímenes estudiados son estructuralmente seguro desde el punto de vista del diseño para valores de esbeltez $\bar{\lambda}_F \leq 4,40$. Existe un punto en el grupo 1, que se encuentra muy por encima de la resistencia teórica debido que en este caso I_y es mayor a la distancia entre rigidizadores ($I_y > a$).

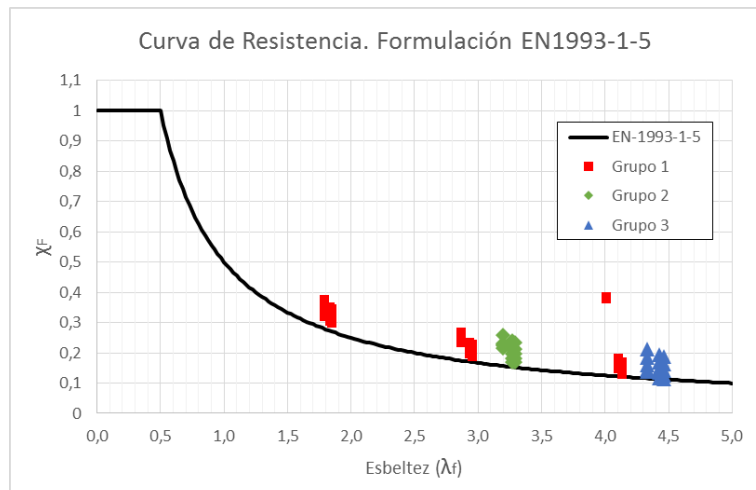


Figura 4.23: Comparación de los resultados numéricos con la función de resistencia χ_F

5 Conclusiones y perspectivas futuras

5.1 Resumen del trabajo de investigación

Los objetivos de este trabajo de investigación es estudiar la inestabilidad de vigas armadas de acero con curvatura horizontal frente a cargas concentradas y evaluar la aplicabilidad de la normativa EN1993-1-5 para este tipo de geometría.

La investigación se llevó a cabo mediante simulaciones numéricas. El modelo numérico desarrollado esta convalidado por resultados de ensayos experimentales y modelos numéricos que se encuentran en este documento. El estudio de la inestabilidad de vigas con curvatura horizontal frente a carga concentrada, se analizó mediante un estudio paramétrico considerando las diversas variables geométricas que están involucradas en este tipo de sollicitación. La evaluación de la aplicabilidad de la normativa, se realizó mediante la comparación de los resultados de carga última de las simulaciones numéricas con los predichos teóricamente con la normativa. En total se realizaron 90 simulaciones numéricas, considerando las geometrías más comúnmente utilizada en el diseño de puentes metálicos.

5.2 Conclusiones

Las conclusiones se basan en los resultados de las simulaciones numéricas realizadas en esta investigación.

- Las directrices actuales de la norma EN1993-1-5 Anejo C, permite diseñar paneles curvos por el método elemento finito, obteniendo resultados numéricos satisfactorio respecto a ensayos experimentales.
- Las vigas con esbeltez de alma $h_w/t_w=83,33$, presentaron un comportamiento lineal hasta el 63% de la carga última. El desplazamiento vertical para el 63% de la carga última vario en función de a/h_w . Para la relación de $a/h_w=2$ fue 5% del desplazamiento en la carga última y para $a/h_w=4$ fue del 53%. Los desplazamientos correspondiente a la carga última fueron el 88% del desplazamiento final para la relación $a/h_w=2$ y del 23% para $a/h_w=4$.
- Las vigas con esbeltez de alma $h_w/t_w=167,67$ presentaron un comportamiento lineal hasta el 44% de la carga última. El desplazamiento vertical para el 44% de la carga última vario en función de a/h_w . Para la relación de $a/h_w=2$ fue 2% del desplazamiento en la carga última y para $a/h_w=4$ fue del 19%. Los desplazamientos correspondiente a la carga última fueron del 85% del desplazamiento final para la relación $a/h_w=2$ y del 17% para $a/h_w=4$.

- Las vigas con esbeltez de alma $h_w/t_w=250$, presentaron un comportamiento lineal hasta el 35% de la carga última. El desplazamiento vertical para el 35% de la carga última fue del orden del 5% del desplazamiento último.
- Todas vigas en estudio alcanzaron la tensión de von mises igual a la fluencia (f_y) en el panel del alma aproximadamente al 75% de la carga última.
- El gradiente de las tensiones en las alas aumenta a medida que a/R y a/h_w aumenta, debido que los efectos de torsión son más importantes.
- La caída de resistencia última, es más importante a medida que a/h_w y a/R aumenta, variando para las diferentes esbelteces de alma.
- Comparado los resultados de carga última de las diferentes simulaciones numéricas con las predichas con la norma EN1993-1-5, se recomienda la aplicación de la misma para vigas con curvatura en planta, siempre que se cumpla:
 - $a/h_w \leq 4$
 - $h_w/t_w \leq 160$
 - $a/R \leq 0,20$

5.3 Futuras líneas de investigación

Es de tener en atención que a pesar del gran número de parámetros analizados en la investigación, no pueden considerarse como general. El trabajo tiene un rango de parámetros limitado y puede ser extendida a futuras investigaciones; especialmente para otras propiedades geométricas seccionales (b_f , t_f , h_w , t_w), ancho de carga (S_s), propiedades de los materiales (f_{yw} , f_{yf}), relación de aspecto de alma (a/h_w) y radio de curvatura horizontal (R).

Se debe realizar un estudio más detallado de las magnitudes de las tensiones y esfuerzos presentes en los paneles que conforman las vigas armadas, para visualizar la influencia de la curvatura en ellos. Complementar los estudios realizados considerando rigidizadores longitudinales en el panel del alma.

Realizar campañas experimentales para vigas armadas con curvatura en planta sometidas a carga concentrada.

6 Bibliografía

- Ansys (2015): Ansys v16.0. Programa de elemento finito, Canonsburg, Pennsylvania, USA.
- A. Bergfelt (1971): Studies and tests on slender plate girders without stiffeners - shear strength and local web crippling. Proceedings, IABSE Colloquium, London, UK, pp. 67–83.
- B. Johanson, O. Lagerqvist (1995): B. Johansson, O. Lagerqvist. Resistance of plate edges to concentrated forces. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 32(1), pp.69–105, 1995.
- Chacón (2012): R. Chacón, B. Braun, U. Kuhlman, E.Mirambell. Statistical evaluation of the new resistance model for steel plate girders subjected to patch loading. Steel Construction, Vol 4, 2011.
- C. Graciano (2002): Patch loading - Resistance of longitudinally stiffened steel girder webs. PhD thesis, No. 2002:18, Luleå University of Technology, Depart of Civil and Mining Engineering, Division of Steel Structures, 2002.
- Design of composite highway bridges curved in plan. SCI steel Knowledge. 2012.
- EAE (2011): Instrucción de acero estructural Capítulo 5: Análisis estructural.
- EN 1993-1-5 (2006): EUROCODE 3- Design of steel structures Part 1-5: Plated structural elements, 2006.
- EN 1993-1-1 (2005): EUROCODE 3- Design of steel structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2005.
- G13.1 (2014). AASHTO/NSBA. National steel bridge Alliance. G13.1 guidelines for steel girder bridge analysis. 2nd edition. 2014.

- H. Nakai (1935): H.Nakai, C.Yoo. Analysis and design of curved steel bridge. 675 pag. MacGraw-Hill book company.
- Jung (2005): S. Jung, D. White. Shear strength of horizontally curved steel I-girders-finite element analysis studies. Journal of constructional steel research. 2005.
- J. Gozzi (2007): Patch loading resistance of plated girders - Ultimate and serviceability limit state. PhD thesis, No. 2007:30, Luleå University of Technology, Department of Civil, Mining and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering - Steel Structures, 2007.
- L. Davaine (2005): Formulation de la résistance au lancement d'une âme métallique de pont raidie longitudinalement - Résistance dite de "Patch loading". PhD thesis, L'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2005.
- L.G. Vigh (2010): Influence of flange-to-web connection on the patch load resistance of I-beams. Proceedings of SDSS 2010 International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, Rio de Janeiro, Brasil, September 8- 10, 2010.
- M. Clarin (2007): Plate Buckling Resistance - Patch Loading of longitudinally Stiffened Webs and Local Buckling. PhD thesis, No. 2007:31, Luleå University of Technology, Department of Civil, Mining and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering - Steel Structures, 2007.
- M. Elgaaly (1983): Web design under compressive edge loads. Engineering Journal, Vol. 20(4), pp. 153–171, 1983.
- O. Lagerqvist (1994): Patch loading – Resistance of steel girders subjected to concentrated forces, PhD dissertation, No. 1994:159, Lulea University of Technology, Department of Civil and Mining Engineering, Division of Steel Structures, 1994.
- R. Chacon (2010): Background document Part I: "Patch loading resistance EN1993-1-5. TW8.3". Background document to the Amendment for revision of Chapter 6, EN 1993-1-5, 2005.

- R. Chacon (2009): R. Chacón, E. Mirambell, E.Real. Resistance of transversally stiffened hybrid steel plate girders to concentrated loads. Doctoral thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. 2009.
- Shanmugam (2003): N.E. Shanmugam, M. Mahendrakumar, V. Thevendra. Ultimate load behavior of horizontally curved plate girders. Journal of constructional steel research. 2002.
- Schuenzel (1985): P. Schuenzel, B. Yen, H.Daniels. Strength of horizontally curved steel plate girders. Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, 18015, 1985.
- Simpson (2000). M. Simpson. Analytical investigation of curved steel girder behaviour. Doctoral thesis, University of Toronto. 2000.
- T. M. Roberts (1981): Slender plate girders subjected to edge loading. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 71, pp. 805–819, 1981.
- T.M. Roberts, F. Shahabian (2001): T.M. Roberts and F. Shahabian. Ultimate resistance of slender web panels to combined bending shear and patch loading. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57(7), pp. 779–790, 2001.

7 Anejos

7.1 Resultados de las modelaciones numéricas

a) Grupo 1

Grupo	Numero	Espécimen	hw (mm)	a (mm)	R (mm)	tw (mm)	bf (mm)	tf (mm)	Ss (mm)	F _{cr} , EN1993-1-5 (KN)	F _{Rd} , EN1993-1-5 (KN)	F _{cr} , num (KN)	F _u , num (KN)
1	1	VT-1-1-12-2-inf	1.000	2.000	∞	12	800	60	500	2.123	1.925	2.654	2.550
	2	VT-1-1-12-2-40.000	1.000	2.000	40.000	12	800	60	500			2.761	2.499
	3	VT-1-1-12-2-20.000	1.000	2.000	20.000	12	800	60	500			3.092	2.465
	4	VT-1-1-12-2-13.333	1.000	2.000	13.333	12	800	60	500			3.553	2.410
	5	VT-1-1-12-2-10.000	1.000	2.000	10.001	12	800	60	500			4.029	2.333
	6	VT-1-1-12-3-inf	1.000	3.000	∞	12	800	60	500	2.032	1.884	2.593	2.385
	7	VT-1-1-12-3-60.000	1.000	3.000	60.000	12	800	60	500			2.651	2.271
	8	VT-1-1-12-3-30.000	1.000	3.000	30.000	12	800	60	500			2.813	2.190
	9	VT-1-1-12-3-20.000	1.000	3.000	20.000	12	800	60	500			3.044	2.131
	10	VT-1-1-12-3-12.000	1.000	3.000	12.000	12	800	60	500			3.574	2.077
	11	VT-1-1-12-4-inf	1.000	4.000	∞	12	800	60	500	2.000	1.869	2.551	2.349
	12	VT-1-1-12-4-80.000	1.000	4.000	80.000	12	800	60	500			2.582	2.260
	13	VT-1-1-12-4-40.000	1.000	4.000	40.000	12	800	60	500			2.675	2.189
	14	VT-1-1-12-4-26.667	1.000	4.000	26.667	12	800	60	500			2.818	2.133
	15	VT-1-1-12-4-13.333	1.000	4.000	13.333	12	800	60	500			3.375	2.043
	16	VT-1-1-12-2-inf	1.000	2.000	∞	12	800	60	500	2.123	1.925	2.654	2.494
	17	VT-1-1-12-2-160.000	1.000	2.000	160.000	12	800	60	500			2.656	2.433
	18	VT-1-1-12-2-80.000	1.000	2.000	80.000	12	800	60	500			2.672	2.392
	19	VT-1-1-12-2-40.000	1.000	2.000	40.000	12	800	60	500			2.761	2.312
	20	VT-1-1-12-2-20.000	1.000	2.000	20.000	12	800	60	500			3.092	2.174
	21	VT-1-1-12-3-inf	1.000	3.000	∞	12	800	60	500	2.032	1.884	2.593	2.385
	22	VT-1-1-12-3-160.000	1.000	3.000	160.000	12	800	60	500			2.601	2.338
	23	VT-1-1-12-3-80.000	1.000	3.000	80.000	12	800	60	500			2.626	2.296
	24	VT-1-1-12-3-40.000	1.000	3.000	40.000	12	800	60	500			2.721	2.227
	25	VT-1-1-12-3-20.000	1.000	3.000	20.000	12	800	60	500			3.044	2.131
	26	VT-1-1-12-4-inf	1.000	4.000	∞	12	800	60	500	2.000	1.869	2.551	2.349
	27	VT-1-1-12-4-160.000	1.000	4.000	160.000	12	800	60	500			2.557	2.302
	28	VT-1-1-12-4-80.000	1.000	4.000	80.000	12	800	60	500			2.582	2.260
	29	VT-1-1-12-4-40.000	1.000	4.000	40.000	12	800	60	500			2.675	2.189
	30	VT-1-1-12-4-20.000	1.000	4.000	20.000	12	800	60	500			2.992	2.093
	31	VT-1-1-8-2-inf	1.000	2.000	∞	8	800	60	500	629	910	800	1.378
	32	VT-1-1-8-2-160.000	1.000	2.000	160.000	8	800	60	500			806	1.365
	33	VT-1-1-8-2-80.000	1.000	2.000	80.000	8	800	60	500			822	1.345
	34	VT-1-1-8-2-40.000	1.000	2.000	40.000	8	800	60	500			883	1.306
	35	VT-1-1-8-2-20.000	1.000	2.000	20.000	8	800	60	500			1.088	1.204
	36	VT-1-1-8-3-inf	1.000	3.000	∞	8	800	60	500	602	890	789	1.216
	37	VT-1-1-8-3-160.000	1.000	3.000	160.000	8	800	60	500			795	1.175
	38	VT-1-1-8-3-80.000	1.000	3.000	80.000	8	800	60	500			812	1.136
	39	VT-1-1-8-3-40.000	1.000	3.000	40.000	8	800	60	500			874	1.078
	40	VT-1-1-8-3-20.000	1.000	3.000	20.000	8	800	60	500			1.054	1.014
	41	VT-1-1-8-4-inf	1.000	4.000	∞	8	800	60	500	593	883	781	1.185
	42	VT-1-1-8-4-160.000	1.000	4.000	160.000	8	800	60	500			786	1.140
	43	VT-1-1-8-4-80.000	1.000	4.000	80.000	8	800	60	500			803	1.101
	44	VT-1-1-8-4-40.000	1.000	4.000	40.000	8	800	60	500			863	1.036
	45	VT-1-1-8-4-20.000	1.000	4.000	20.000	8	800	60	500			1.040	968
	46	VT-1-1-6-2-inf	1.000	2.000	∞	6	800	60	500	265	532	342	1.638
	47	VT-1-1-6-2-160.000	1.000	2.000	160.000	6	800	60	500			351	1.638
	48	VT-1-1-6-2-80.000	1.000	2.000	80.000	6	800	60	500			359	1.638
	49	VT-1-1-6-2-40.000	1.000	2.000	40.000	6	800	60	500			406	1.630
	50	VT-1-1-6-2-20.000	1.000	2.000	20.000	6	800	60	500			536	1.619
	51	VT-1-1-6-3-inf	1.000	3.000	∞	6	800	60	500	254	525	338	773
	52	VT-1-1-6-3-160.000	1.000	3.000	160.000	6	800	60	500			346	754
	53	VT-1-1-6-3-80.000	1.000	3.000	80.000	6	800	60	500			355	735
	54	VT-1-1-6-3-40.000	1.000	3.000	40.000	6	800	60	500			399	692
	55	VT-1-1-6-3-20.000	1.000	3.000	20.000	6	800	60	500			508	634
	56	VT-1-1-6-4-inf	1.000	4.000	∞	6	800	60	500	250	520	335	718
	57	VT-1-1-6-4-160.000	1.000	4.000	160.000	6	800	60	500			343	684
	58	VT-1-1-6-4-80.000	1.000	4.000	80.000	6	800	60	500			351	650
	59	VT-1-1-6-4-40.000	1.000	4.000	40.000	6	800	60	500			394	599
	60	VT-1-1-6-4-20.000	1.000	4.000	20.000	6	800	60	500			502	550

b) Grupo 2 y 3

Grupo	Numero	Espécimen	hw (mm)	a (mm)	R (mm)	tw (mm)	bf (mm)	tf (mm)	Ss (mm)	Fcr, EN1993-1-5 (KN)	FRd, EN1993-1-5 (KN)	Fcr, num (KN)	Fu, num (KN)
2	61	VT-2-2-12-4-inf	2.000	4.000	∞	12	900	80	1.000	1.061	1.733	1.284	2.789
	62	VT-2-2-12-4-80.000	2.000	4.000	80.000	12	900	80	1.000			1.484	2.505
	63	VT-2-2-12-4-40.000	2.000	4.000	40.000	12	900	80	1.000			1.894	2.469
	64	VT-2-2-12-4-26.667	2.000	4.000	26.667	12	900	80	1.000			2.253	2.431
	65	VT-2-2-12-4-20.000	2.000	4.000	20.010	12	900	80	1.000			2.592	2.342
	66	VT-2-2-12-6-inf	2.000	6.000	∞	12	900	80	1.000	1.016	1.696	1.272	2.599
	67	VT-2-2-12-6-120.000	2.000	6.000	120.000	12	900	80	1.000			1.365	2.303
	68	VT-2-2-12-6-60.000	2.000	6.000	60.000	12	900	80	1.000			1.582	2.136
	69	VT-2-2-12-6-40.000	2.000	6.000	40.000	12	900	80	1.000			1.822	1.984
	70	VT-2-2-12-6-24.000	2.000	6.000	24.000	12	900	80	1.000			2.302	1.851
	71	VT-2-2-12-8-inf	2.000	8.000	∞	12	900	80	1.000	1.000	1.682	1.261	2.550
	72	VT-2-2-12-8-160.000	2.000	8.000	160.000	12	900	80	1.000			1.315	2.317
	73	VT-2-2-12-8-80.000	2.000	8.000	80.000	12	900	80	1.000			1.455	2.120
	74	VT-2-2-12-8-53.333	2.000	8.000	53.333	12	900	80	1.000			1.631	1.983
	75	VT-2-2-12-8-26.667	2.000	8.000	26.667	12	900	80	1.000			2.166	1.833
3	76	VT-3-3-12-6-inf	3.000	6.000	∞	12	1.000	80	1.500	708	1.589	849	2.831
	77	VT-3-3-12-6-120.000	3.000	6.000	120.000	12	1.000	80	1.500			1.094	2.475
	78	VT-3-3-12-6-60.000	3.000	6.000	60.000	12	1.000	80	1.500			1.446	2.120
	79	VT-3-3-12-6-40.000	3.000	6.000	40.000	12	1.000	80	1.500			1.768	1.936
	80	VT-3-3-12-6-30.000	3.000	6.000	30.015	12	1.000	80	1.500			2.108	1.829
	81	VT-3-3-12-9-inf	3.000	9.000	∞	12	1.000	80	1.500	677	1.554	839	2.586
	82	VT-3-3-12-9-180.000	3.000	9.000	180.000	12	1.000	80	1.500			959	2.257
	83	VT-3-3-12-9-90.000	3.000	9.000	90.000	12	1.000	80	1.500			1.180	1.951
	84	VT-3-3-12-9-60.000	3.000	9.000	60.000	12	1.000	80	1.500			1.402	1.785
	85	VT-3-3-12-9-36.000	3.000	9.000	36.000	12	1.000	80	1.500			1.855	1.559
	86	VT-3-3-12-12-inf	3.000	12.000	∞	12	1.000	80	1.500	667	1.542	829	2.478
	87	VT-3-3-12-12-240.000	3.000	12.000	240.000	12	1.000	80	1.500			900	2.180
	88	VT-3-3-12-12-120.000	3.000	12.000	120.000	12	1.000	80	1.500			1.056	1.895
	89	VT-3-3-12-12-80.000	3.000	12.000	80.000	12	1.000	80	1.500			1.223	1.683
	90	VT-3-3-12-12-40.000	3.000	12.000	40.000	12	1.000	80	1.500			1.729	1.498